

**Министерство образования и науки Украины**  
**Донбасская государственная машиностроительная академия**

## **ТЕОРИЯ ИНЖЕНЕРНОГО ЭКСПЕРИМЕНТА**

### **Методические указания**

и задания к лабораторным работам  
для студентов специальности 0923 “Сварка”  
(8.092301 “Технология и оборудование сварки”)

**Краматорск 2007**

**Министерство образования и науки Украины**  
**Донбасская государственная машиностроительная академия**

## **ТЕОРИЯ ИНЖЕНЕРНОГО ЭКСПЕРИМЕНТА**

### **Методические указания**

и задания к лабораторным работам  
для студентов специальности 0923 “Сварка”  
(8.092301 “Технология и оборудование сварки”)

Утверждено  
на заседании методического совета ДГМА  
Протокол № 10 от 21.06.2007

**Краматорск 2007**

## УДК 519.2

Теория инженерного эксперимента: Методические указания и задания к лабораторным работам для студентов специальности 0923 “Сварка” (8.092301 “Технология и оборудование сварки”) / Сост.: Л.В.Васильева, С.В.Малыгина, В.Н.Черномаз. – Краматорск: ДГМА, 2007.- 64 с.

В приведенных лабораторных работах рассматривается обработка экспериментальных данных в пакете Statistica.

Составители:

Васильева Л.В., ст. преп.,  
Черномаз В.Н., доц.,  
Малыгина С.В., ассист.

Отв. за выпуск

Черномаз В.Н., доц.

## СОДЕРЖАНИЕ

Введение	4
1 Краткие сведения о системе Statistica	5
2 Лабораторная работа 1. Точечные оценки параметров нормального распределения	11
3 Лабораторная работа 2. Получение эмпирических моделей. Прогноз	19
4 Лабораторная работа 3. Планирование эксперимента. Полный факторный план $2^2$	43
Список рекомендованной литературы	63

## ВВЕДЕНИЕ

Слово «эксперимент» происходит от лат. *experimentum* – проба, опыт, доказательство. Эксперимент – это научно поставленный опыт для целенаправленного изучения интересующего явления в точно рассчитанных условиях, когда можно проследить ход изменения явления, активно влиять на него с помощью комплекса устройств и при необходимости воспроизводить его многократно.

Реальные технологические системы функционируют в сложных условиях действующего производства, имеют большое число свойств. Все это затрудняет описание таких систем с помощью моделей. Поэтому результатом исследования реальных технологических систем обычно есть модель, созданная в соответствии с целью исследования. Математическая модель должна обеспечивать наиболее быстрое изучение свойств рассматриваемого явления, давать возможность определить оптимальный вариант технологической системы наиболее простым способом, сокращая сроки проектирования и обеспечивая нахождение условий эффективного использования технологических систем. В практической деятельности инженера экспериментальные исследования широко используются для создания новых технологических процессов, оптимизации и интенсификации технологических систем, выявления неиспользованных резервов, создания системы оптимального управления или улучшения качественных характеристик. В некоторых производствах технологические системы стали настолько сложными, что не только их проектирование и оптимизация, но и нормальное функционирование не может происходить без дополнительных экспериментальных исследований.

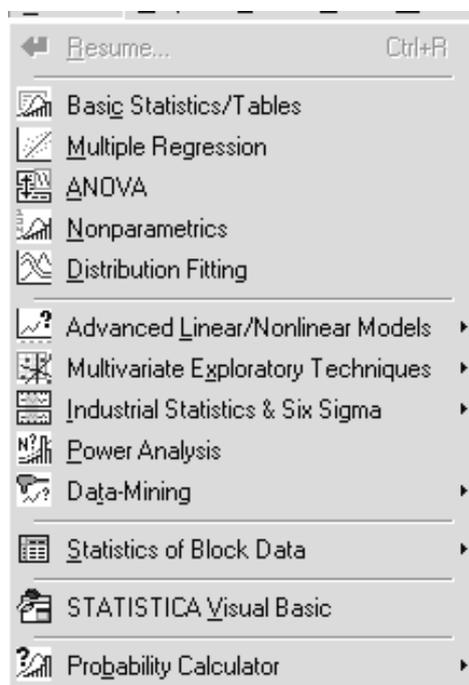
Данные методические указания содержат лабораторные работы, демонстрирующие математический аппарат для обработки результатов пассивного и активного экспериментов, построения математических моделей и проверки их адекватности. Расчеты реализуются в программе Statisti-

са v 6.0, содержащей мощные модули обработки и визуализации различного рода данных и моделей.

## 1 КРАТКИЕ СВЕДЕНИЯ О СИСТЕМЕ STATISTICA V6.0

### 1.1 Структура пакета STATISTICA v6.0

Программа STATISTICA содержит несколько независимо работающих модулей, которые открываются с помощью пункта меню Statistics (рис.1).



*Рисунок 1*

В каждом модуле собраны логически связанные между собой статистические процедуры. Работать можно сразу с несколькими модулями. Кнопки этих модулей находятся в нижней части экрана. Переходить между ними можно стандартным образом, щелкнув левой клавишей мыши по соответствующей кнопке.

## 1.2 Создание новой таблицы данных

Для этого необходимо выбрать пункт меню File – New – Ok. Откроется пустая электронная таблица размером 10x10 (рис. 2). В столбцах размещены переменные (Vars), в строках – наблюдения или случаи (Cases).

	1 Var1	2 Var2	3 Var3	4 Var4	5 Var5	6 Var6	7 Var7	8 Var8	9 Var9	10 Var10
1										
2										
3										
4										
5										
6										
7										
8										
9										
10										

Рисунок 2

## 1.3 Удаление и добавление новых переменных и случаев

Выполняется командами Delete (удалить) и Add (добавить). После выделения строки или столбца нажать кнопку **Vars**, если удаляются или добавляются переменные, и указать, сколько элементов удаляется или добавляется, Ok. Для случаев – аналогично, но с кнопкой **Cases**.

## 1.4 Корректирование таблиц

Корректирование таблицы сводится к корректированию наименований переменных, содержания столбцов целиком и отдельных ячеек. Для этого выполняется щелчок по имени столбца, щелчок – по кнопке Vars (переменные), по пункту меню Current Specs (текущие спецификации). После этого можно задавать новое имя столбца в поле Name (имя) и новое значение наблюдений с помощью формулы в поле Long name (полное имя) (рис.3). Также можно изменить представление числа (автоматически – 8 позиций (Column width), число позиций после запятой (Decimals) – 3).

Корректирование числовых значений в отдельных ячейках выполняется, как в EXCEL.

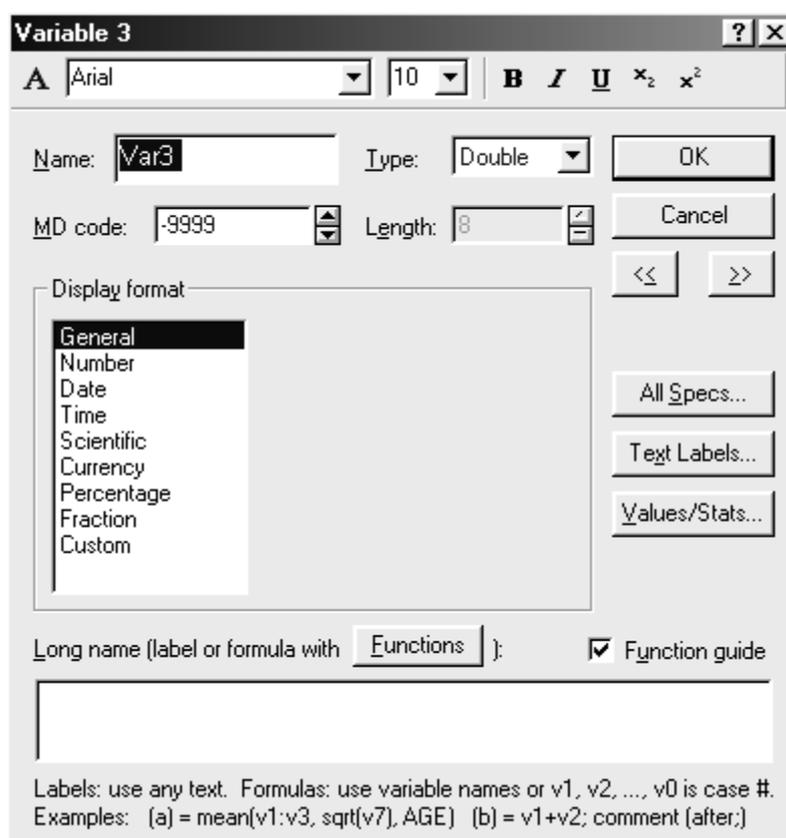


Рисунок 3

### 1.5 Вычисление статистических характеристик для значений переменных (например, максимальное, минимальное, среднее значение, дисперсия и т.д.)

Активировать таблицу данных, затем вызвать пункт меню Statistics – Basic Statistics/Tables – Descriptive Statistics – вкладка Advanced (Статистики – описательные статистики – все статистики) (рис.4), выделить переменные, для которых находят характеристики (кнопка Variables), Ok, выбрать из списка нужные статистические характеристики (например, Min – минимальное значение, Max – максимальное значение, Valid N – объем выборки, Mean – среднее значение, Standard Deviation – среднеквадратическое отклонение, кнопка Summary). На экране появится таблица с нужными характеристиками.

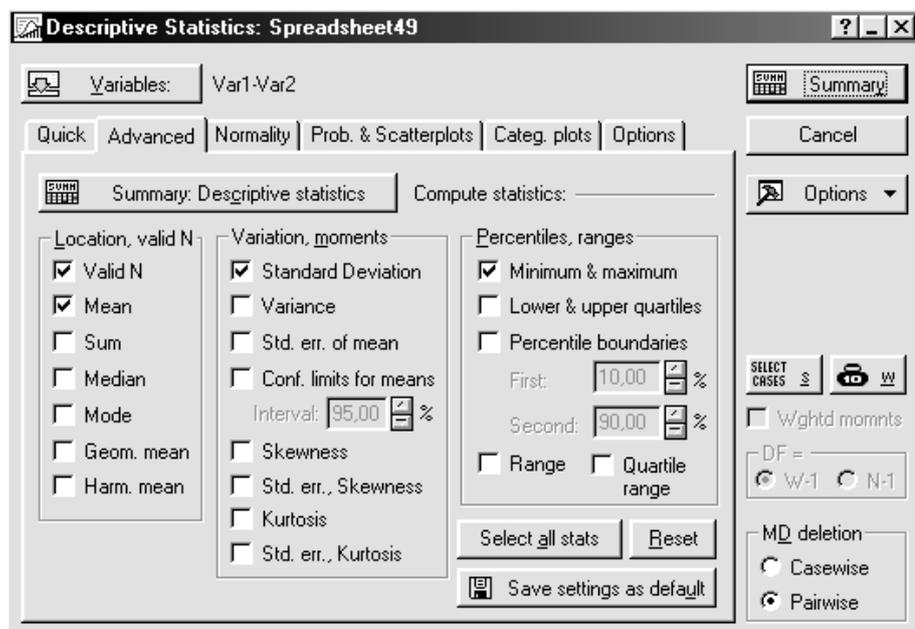


Рисунок 4

## 1.6 Получение графика и уравнения линейной регрессии

Активировать таблицу. Выбрать пункт меню Graphs, 2D Graphs, Scatterplots, вкладка Advanced (графики, статистические 2-мерные графики, точечный график), выбрать переменные Variables (для аргумента – X и функции – Y), Ok, выбрать опции Regular, Linear (регулярный, линейный), Ok (рис.5).

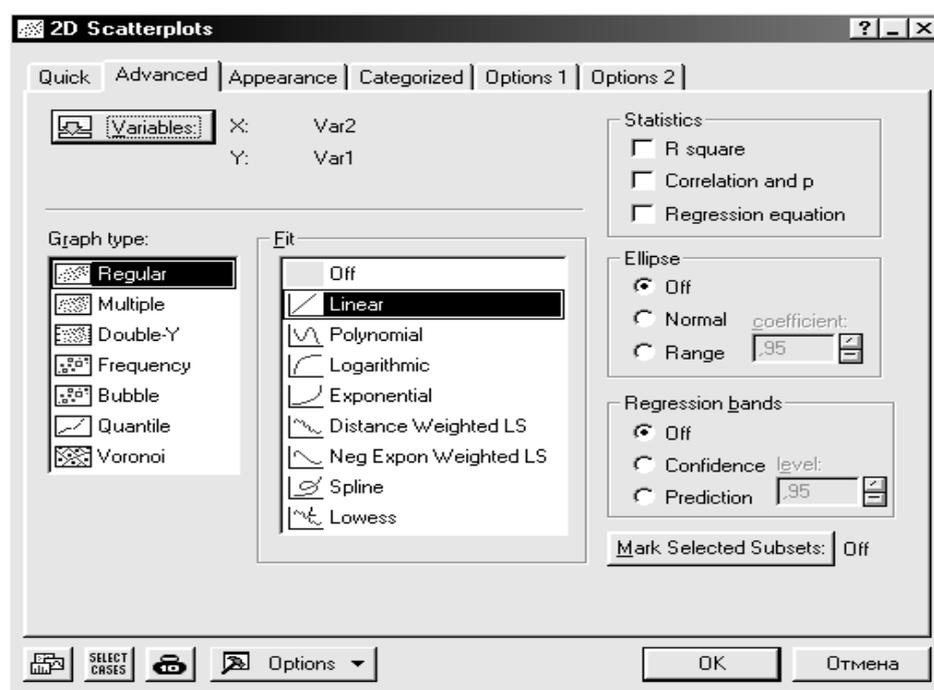
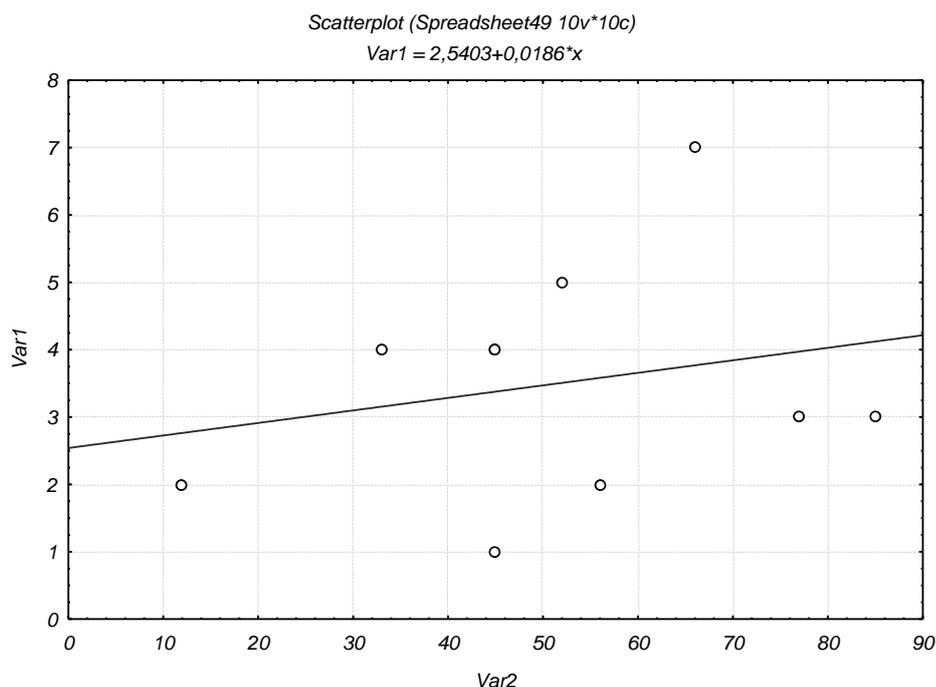


Рисунок 5

Появится график линейной регрессии, над которым записано уравнение регрессии (рис.6).



*Рисунок 6*

## 1.7 Типы файлов в системе Statistica

Типы файлів: \*.sta – данные; \*.stw – результаты обработки данных, Workbook; \*.str, или \*.rtf– отчет.

Длина имени файла, как и какого-нибудь другого идентификатора, не больше 8 символов

## 1.8 Создание автоотчета

Автоотчет желательно создавать при каждом сеансе работы с пакетом для того, чтобы все результаты работы (таблицы и графики) запоминались в автоотчете.

Для создания короткого автоотчета вызываем пункт меню File, Output Manager. Появится многостраничное меню.

На странице Output Manager нужно отметить следующие опции: Single Workbook, Place results in Workbook automatically, Also send to Report Window, Single Report (рис. 7).

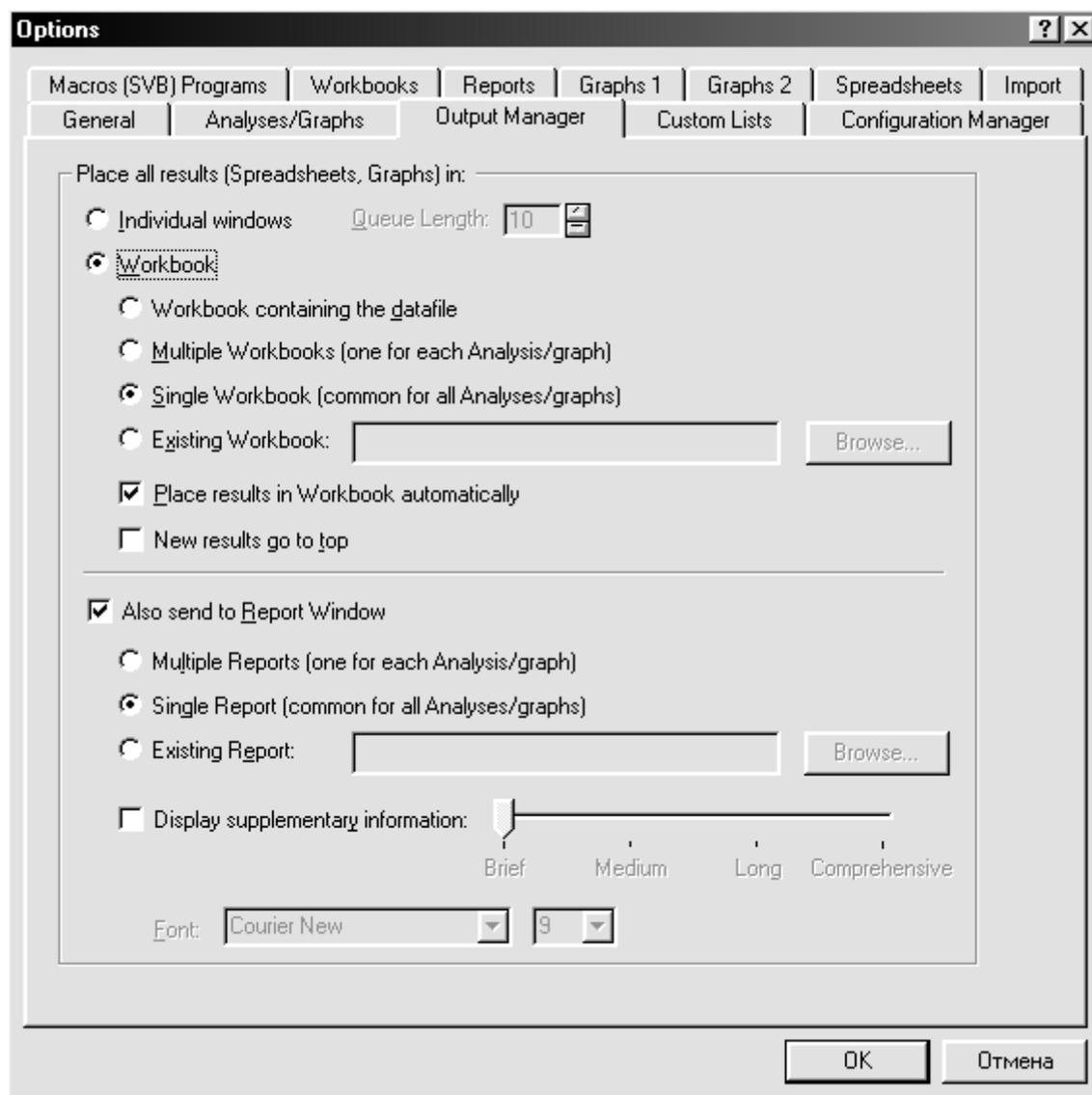


Рисунок 7

На странице Workbook, кроме уже заданных опций, в поле Add to Workbook performs отметить опцию Copy. На странице Report, кроме уже заданных опций, в поле Add to Report performs отметить опцию Copy. После этого нажать Ok. Теперь все расчетные таблицы и графики автоматически заносятся в отчет.

Файл отчета нужно сохранить с расширением \*.rtf. Теперь его можно редактировать в WORD.

## **2 Лабораторная работа 1**

### **ТОЧЕЧНЫЕ ОЦЕНКИ ПАРАМЕТРОВ НОРМАЛЬНОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ**

#### **2.1 Краткие теоретические сведения**

Нормальное распределение случайной величины возникает всякий раз, когда суммируется большое количество случайных слагаемых. При этом безразлично, по какому закону распределено каждое из слагаемых, важно лишь, чтобы ни одно из этих слагаемых не было доминирующим.

Принято считать, что все ошибки измерений, вес и размер деталей и многие другие случайные величины распределены по нормальному закону.

Поэтому обработку данных начинают с проверки соответствия нормальному распределению, вычисления точечных и интервальных оценок параметров этого распределения.

Подробно эти вопросы рассматриваются в курсе дисциплины «Прикладная математика», темы «Нормальное распределение» и «Математическая статистика одномерной случайной величины».

#### **2.2 Цель лабораторной работы**

Научиться проверять исходные данные на соответствие их некоторому нормальному распределению и вычислять основные точечные, а для среднего – и интервальную, статистики.

#### **2.3 Задания к лабораторной работе**

Для заданной выборки:

1 Вычислить основные точечные статистики и объяснить их смысл (среднее значение, размах выборки, объем выборки, среднеквадратическое отклонение).

2 Проверить гипотезу на соответствие выборки некоторому нормальному распределению с помощью построения гистограммы.

3 Вычислить дополнительные точечные оценки: медианы, моды, дисперсии, асимметрии, эксцесса, а также размах выборки, квартильный размах, точечные оценки левого и правого квартилей и границы доверительного интервала для среднего с доверительной вероятностью 95% и 99%.

4 Проверить гипотезу на нормальность выборки с помощью *Test for normality (Shapiro – Wilk's W test)*.

5 Произвольно изменить («испортить») выборку и еще раз проверить ее на соответствие нормальному распределению.

## 2.4 Пример выполнения лабораторной работы в пакете Statistica

**Дано:** исходные статистические данные (выборка) (табл.1).

Таблица 1

№	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
x	49	50	52	48	49	51	48	49	49	50	50	53	48	49	51	47	49	50	51	52

### Выполнение задания

**1 Создаём таблицу данных.** Таблица будет иметь одну переменную и 20 случаев (табл.2).

Таблица 2

	1
	x
1	49
2	50
3	52
4	48
5	49
6	51
7	48
8	49
9	49
10	50
11	50
12	53
13	48
14	49
15	51
16	47
17	49
18	50
19	51
20	52

Сохранить таблицу (например: lab0.sta).

**2 Находим основные статистики (среднее значение, среднеквадратическое отклонение, размах выборки).** Активируем таблицу с данными: *Statistics – Basic Statistics/Tables – Descriptive Statistics* – вкладка *Advanced*. Определяем переменные: кнопка *Variables (x, y)*, *Ok*. Активируем опции: *Valid N* (объем выборки), *Mean* (среднее значение), *Standard Deviation* (среднеквадратическое отклонение), *Minimum u Maximum* (минимальное и максимальное значения), щелкаем кнопку *Summary*. Нужные статистики запишутся в отчет в виде таблицы 3.

Таблица 3

Variable	Descriptive Statistics (Spreadsheet1)				
	Valid N	Mean	Minimum	Maximum	Std.Dev.
x	20	49,7500	47,0000	53,0000	1,55173

Для того чтобы проверить выборку на соответствие некоторому нормальному распределению, переходим в окне *Basic Statistics/tables– Descriptive Statistics* на вкладку *Normality* и выбираем *Kolmogorov – Smirnov test* (обычно он отмечен по умолчанию). Затем (на этой вкладке или *Quick*) щелкаем кнопку *Histograms*. Получим изображение гистограммы и ожидаемого нормального распределения (*Expected Normal*) (рис.8), а также вычисленное значение критерия Колмогорова – Смирнова (*K – S d*) и значение уровня значимости (*p*). Так как в данном случае  $p=0,20 > 0,05$ , то гипотеза о нормальности распределения принимается.

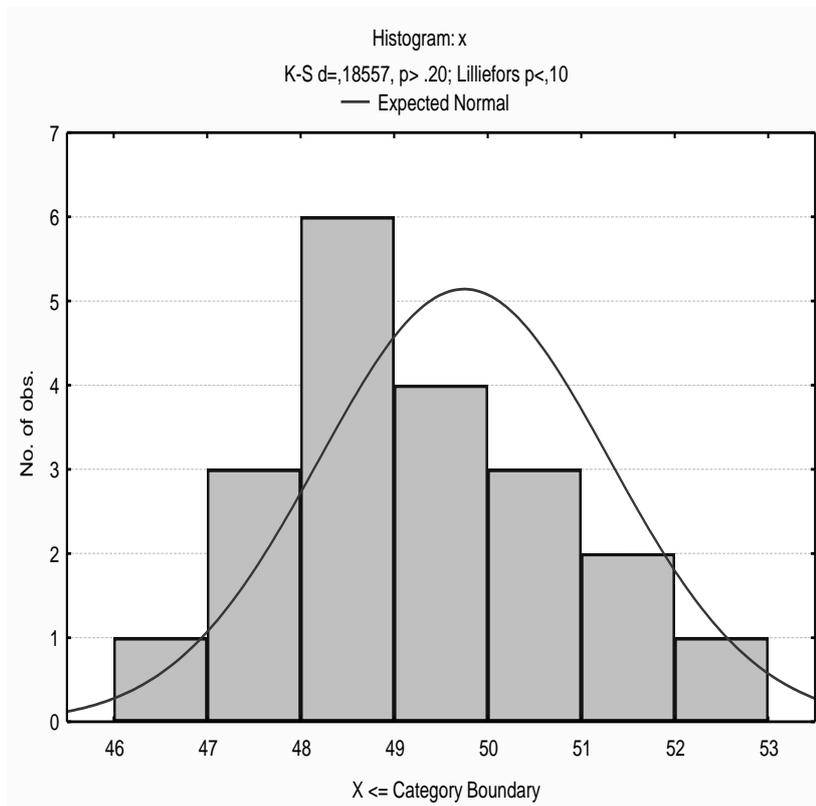


Рисунок 8

Далее щелкнем по кнопке *Frequency tables*. Получим таблицу частот (табл.4).

Таблица 4

Frequency table (Spreadsheet1)						
K-S d=,18557, p> .20; Lilliefors p<,10						
Category	Count	Cumulative Count	Percent of Valid	Cumul % of Valid	% of all Cases	Cumulative % of All
46,00000<x<=47,0000	1	1	5,0000%	5,0000%	5,0000%	5,0000%
47,00000<x<=48,0000	3	4	15,0000%	20,0000%	15,0000%	20,0000%
48,00000<x<=49,0000	6	10	30,0000%	50,0000%	30,0000%	50,0000%
49,00000<x<=50,0000	4	14	20,0000%	70,0000%	20,0000%	70,0000%
50,00000<x<=51,0000	3	17	15,0000%	85,0000%	15,0000%	85,0000%
51,00000<x<=52,0000	2	19	10,0000%	95,0000%	10,0000%	95,0000%
52,00000<x<=53,0000	1	20	5,0000%	100,0000%	5,0000%	100,0000%
Missing	0	20	0,0000%		0,0000%	100,0000%

**3 Вычисляем дополнительные точечные оценки.** Для более тонкого анализа данных перейдем на вкладку *Advanced*. Выбираем те статистики, которые не вошли в первичный (*Quick*) анализ:

*Median* –точечная оценка медианы;

*Mode* – точечная оценка моды;

*Variance* – точечная оценка дисперсии;

*Skewness* – точечная оценка асимметрии;

*Kurtosis* – точечная оценка эксцесса;

*Lover & upper quartiles* – точечные оценки левого и правого квартилей;

*Range* – размах выборки;

*Quartile range* – квартильный размах;

*Conf. Limits for means* – границы доверительного интервала для среднего, предварительно необходимо установить доверительную вероятность, по умолчанию 95%.

Щелкаем по кнопке *Summary*. Результат получим в виде таблицы 5. В ней, в частности, находятся значения доверительного интервала с уровнем доверия 95% для среднего:  $49,02 < \bar{X} < 50,476$ .

Таблица 5

Variable	Descriptive Statistics (Spreadsheet1)					
	Confidence -95,000%	Confidence +95,000%	Lower Quartile	Upper Quartile	Range	Quartile Range
x	49,02376	50,47624	49,00000	51,00000	6,00000	2,00000

Продолжение таблицы 5

Variable	Descriptive Statistics (Spreadsheet1)					
	Median	Mode	Frequency of Mode	Variance	Skewness	Kurtosis
x	49,50000	49,00000	6	2,40789	0,36976	-0,33226

По значениям асимметрии (*Skewness*) и эксцесса (*Kurtosis*) можно судить о близости распределения к нормальному.

Для того чтобы получить доверительный интервал для среднего с другой доверительной вероятностью (например 99%), нужно на вкладке *Advanced* для *Conf. Limits for means* изменить с 95,0% на 99,0% , после чего повторить расчеты. Получим результат в таблицу 6.

Таблица 6

Variable	Descriptive Statistics (Spreadsheet1		
	Mean	Confidence -99,000%	Confidence +99,000%
x	49,7500	48,7573	50,7426

**4 Проверить гипотезу на нормальность выборки.** Для проверки гипотезы на нормальность выборки с помощью другого критерия (например, теста *Шapiro*), нужно на вкладке *Normality* отметить *Shapiro – Wilk’s Wtest* и повторить описанные выше расчеты.

## 2.5 Контрольные вопросы

1 Почему нормальное распределение играет важную роль при обработке экспериментальных данных?

2 Какие вы знаете тесты проверки соответствия выборки нормальному распределению?

3 Как осуществляется проверка на нормальность в системе STATISTICA 6. 0?

4 Дайте определение точечной и интервальной оценки статистики (в частности, **среднего**).

5 Объясните вероятностный смысл статистик: Std. Dev, Median, Mode, Variance, Skewness, Kurtosis, Lower & upper quartiles, Range, Quartile range.

## 2.6 Индивидуальные задания

Рассматриваются результаты измерений некоторой физической величины (случайной величины).

### *Вариант 1*

Случайная величина  $X$  – содержание кобальта в образцах твердого сплава марки ВК20М (табл.7).

Таблица 7

№	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
X%	17,2	18,8	20,4	20,6	19,8	21,4	22	21,4	18,8	19,8	20,2	20,4	19,7
№	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	
X%	20	21	19,4	18,8	20,3	19,5	18,6	18	17,9	21	20,1	20,5	

Вариант 2

Случайная величина  $X$  – пористость порошковых заготовок (табл.8).

Таблица 8

№	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
X%	20,58	22,80	25,4	26,08	23,25	21,42	25,10	23,10	24,09	24,02	26,12	22,84	23,6
№	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	
X%	25,8	24,78	23,6	24,8	26,1	23,7	22,45	21,9	22,9	21,78	24,8	23,1	

Вариант 3

Случайная величина  $X$  – сопротивление резисторов (табл.9).

Таблица 9

№	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
X, кОм	4,8	6,2	6,0	5,9	5,6	4,9	6,0	6,1	5,5	5,8	5,7	5,1	5,5
№	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	
X, кОм	6,2	5,4	4,3	5,69	4,68	5,98	5,4	5,81	5,2	5,87	4,7	5,5	

Вариант 4

Случайная величина  $X$  – давление в камере сгорания двигателя (табл.10).

Таблица 10

№	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
X, $10^5$ Па	31,85	31,36	30,32	30,90	31,70	32,40	31,60	31,12	30,98	31,02	31,05	31	32,6
№	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	
X, $10^5$ Па	31,6	31,61	31,55	32,2	30,89	31	31,9	32,8	31,76	31,4	31,02	32,4	

Вариант 5

Случайная величина  $X$  – размер детали (табл.11).

Таблица 11

№	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
X,мм	4,781	4,795	4,796	4,792	4,779	4,780	4,786	4,778	4,788	4,783	4,781	4,778	4,782
№	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	
X,мм	4,789	4,791	4,786	4,782	4,771	4,792	4,769	4,772	4,788	4,783	4,785	4,78	

Вариант 6

Случайная величина  $X$  – индуктивность катушки (табл.12):

Таблица 12

№	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
$X$ , мГн	0,090	0,102	0,109	0,115	0,098	0,101	0,108	0,109	0,099	0,098	0,092	0,114	0,11
№	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	
$X$ , мГн	0,102	0,098	0,102	0,094	0,101	0,094	0,098	0,113	0,0987	0,0995	0,107	0,105	

Вариант 7

Случайная величина  $X$  – время подогрева до 1000 °С центральной части коробов для спекания образцов из порошковых материалов засыпки (табл.13).

Таблица 13

№	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
$X$ , мин	26,2	27,5	25,0	32,2	35,0	30,2	29,8	28,8	26,8	30,0	30,8	32,0	35,0
№	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	
$X$ , мин	32,02	30,8	31,7	31,06	29,89	28,9	27,9	28,56	29,5	31,5	32	32,03	

Вариант 8

Случайная величина  $X$  – индуктивность катушки (табл.14).

Таблица 14

№	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
$X$ , мГн	8,345	8,346	8,348	8,342	8,343	8,345	8,343	8,347	8,344	8,347	8,346	8,349	8,345
№	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	
$X$ , мГн	8,345	8,34	8,348	8,3435	8,345	8,3478	8,347	8,345	8,342	8,3481	8,341	8,3431	

Вариант 9

Случайная величина  $X$  – предел прочности образцов из дюралюминиевого сплава (табл.15).

Таблица 15

№	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
$X$ , $10^5$ Па	43,4	43,6	44,3	44,5	44,5	44,6	44,7	44,7	44,8	45,1	45,2	45,3	44,8
№	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	
$X$ , $10^5$ Па	44,2	44,9	44,34	44,98	45,12	45,32	45,01	43,8	43,8	43,5	45,52	44,8	

Вариант 10

Случайная величина  $X$  – предел прочности образцов из алюминиевого сплава (табл.16).

Таблица 16

№	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
X, 10 <sup>5</sup> Па	40,32	41,22	40,31	40,60	40,0	40,73	40,54	40,17	40,26	40,05	40,38	39,93	41,1
№	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	
X, 10 <sup>5</sup> Па	40,67	40,79	40,31	40,89	40,6	41,2	39,78	40,21	39,8	40,34	40,4	39,5	

### 3 Лабораторная работа 2

#### ПОЛУЧЕНИЕ ЭМПИРИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ. ПРОГНОЗ

##### 3.1 Краткие теоретические сведения

Выборка – совокупность случайно отобранных данных  $(x_i, y_i)$  (табл.17), где  $n$  – объем выборки;  $x$  – фактор;  $y$  – отклик.

Таблица 17

$x_2$	$x_1$	...	$x_n$
$y_2$	$y_1$	...	$y_n$

Корреляционное поле (диаграмма рассеивания) – графическое изображение точек выборки (рис.9).

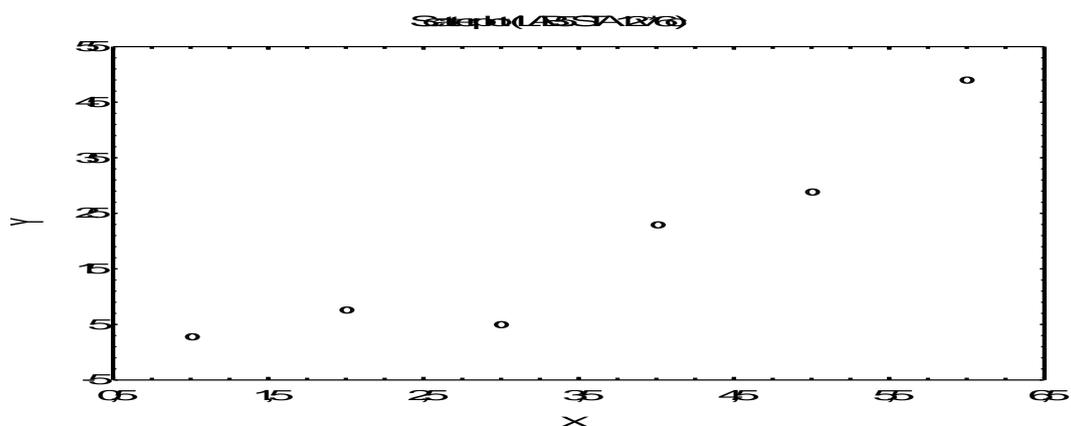


Рисунок 9

Генеральная совокупность – совокупность объектов, из которых берут выборку.

Математическая модель – это приближенное описание какого-либо явления или процесса с помощью математической символики. В самом простом случае однофакторной регрессии математическая модель – это формула вида  $y=F(x)$ . Если модель линейная, то  $y=b_0+b_1x$  – уравнение линейной регрессии.

Средние значения фактора  $x$  и отклика  $y$  вычисляются по формулам:

$$x_{cp} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i ; \quad y_{cp} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i .$$

Точка  $(x_{cp}, y_{cp})$  называется центром рассеивания. График линейной регрессии всегда проходит через центр рассеивания.

Среднее квадратическое отклонение фактора вычисляется по формуле  $\sigma_x = \sqrt{\frac{1}{n} \sum (x_i - x_{cp})^2}$  и характеризует, насколько в среднем значения фактора  $x_i$  отклоняются от  $x_{cp}$ . Из двух выборок из одной генеральной совокупности более качественной есть та, для которой  $\sigma_x$  больше.

Область прогнозов расположена между минимальным и максимальным значениями фактора  $x$ . Прогноз отклика  $y$  рассчитывают по уравнению модели.

Уравнение линейной регрессии  $y = b_0 + b_1 x_1$  находят по методу наименьших квадратов (МНК). Отклонение  $i$ -й точки корреляционного поля от линии регрессии равно  $(y_{лин} - y_i)$ . Суть МНК состоит в том, чтобы минимизировать сумму квадратов отклонений (остатков):

$$S = \sum (y_{лин} - y_i)^2 = \sum (b_0 + b_1 \cdot x_i - y_i)^2 \rightarrow \min$$

Минимум достигается при условии равенства нулю частных производных:

$$\begin{cases} \frac{\partial s}{\partial b_0} = 0, \\ \frac{\partial s}{\partial b_1} = 0. \end{cases}$$

По этой системе уравнений находят коэффициенты регрессии  $b_0$  и  $b_1$ .

Для нелинейной модели сумму квадратов отклонений находят аналогично:

$$S = \sum (y_{\text{нелин}} - y_i)^2.$$

Из двух моделей оптимальной является та, у которой сумма квадратов отклонений меньше.

*Статистическая гипотеза* – это предположение или о законе распределения, или о значениях числовых характеристик (статистик) случайной величины. *Нулевой (основной)* называют гипотезу  $H_0$ , выдвинутую первой. *Конкурирующей (альтернативной)* называют гипотезу, которая противоречит основной гипотезе. *Ошибка первого рода* – отброшена правильная гипотеза. *Ошибка второго рода* – принята неправильная гипотеза. *Уровень значимости гипотезы  $\alpha$*  – вероятность отбросить правильную гипотезу. Обычно  $\alpha=0,05$  или  $\alpha=0,01$ . *Статистический критерий* – случайная величина, служащая для проверки нулевой гипотезы. *Наблюдаемое значение критерия* определяется по выборке. *Область принятия гипотезы* – совокупность значений критерия, при которых нулевую гипотезу принимают. *Критическая область* – совокупность значений критерия, при которых нулевую гипотезу отбрасывают. *Критические точки* (критические значения критерия) отделяют область принятия гипотезы от критической области. При исследовании однофакторной регрессии используют два критерия:

- критерий Стьюдента с числом степеней свободы  $k = n - 2$ :  $T(x,k)$ , где  $n$  – объем выборки (рис.10):

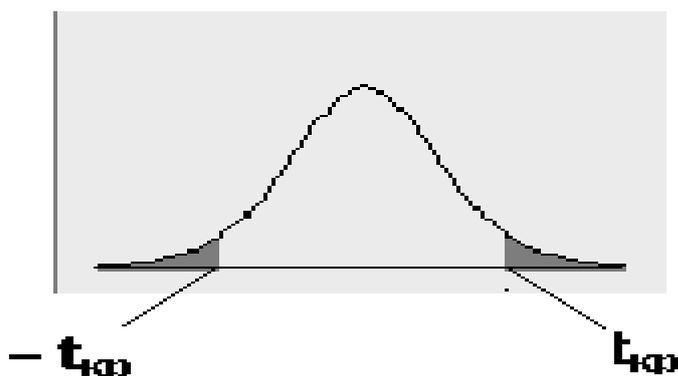


Рисунок 10

- критерий Фишера с двумя числами степеней свободы:  $k_1 = 1$  и  $k_2 = n - 2$ :  $F(x,k_1,k_2)$  (рис.11):

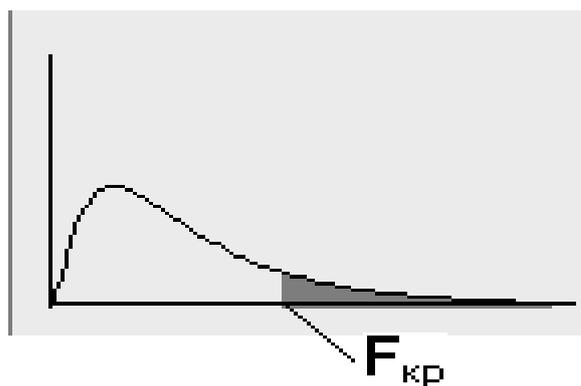


Рисунок 11

Критерий Стьюдента двусторонний – у него две симметричные критические точки:  $t_{кр}$  и  $-t_{кр}$ . Суммарная площадь выделенных областей равна уровню значимости  $\alpha$  нулевой гипотезы  $H_0$ .

Критерий Фишера односторонний – у него одна критическая точка  $F_{кр}$ . Площадь выделенной области равна уровню значимости  $\alpha$  нулевой гипотезы  $H_0$ .

*Число степеней свободы статистики* равно объему выборки минус количество наложенных связей.

Статистическая значимость коэффициента уравнения линейной регрессии с уровнем значимости  $\alpha$  означает следующее: вероятность того, что данный коэффициент не является «статистическим нулем», равна  $(1-\alpha)$ . Проверяется значимость коэффициентов уравнения с помощью критерия Стьюдента.

Адекватность уравнения линейной регрессии с уровнем значимости  $\alpha$  означает следующее: вероятность того, что отклик  $y$  зависит от фактора  $x$ , равна  $\alpha$ . Проверяется адекватность уравнения с помощью критерия Фишера: находят по данным выборки  $F_{\text{набл}}$  и критическое значение критерия  $F_{\text{кр}}$ . Если  $F_{\text{набл}} > F_{\text{кр}}$ , уравнение адекватно. Если  $F_{\text{набл}} < F_{\text{кр}}$ , уравнение не адекватно.

Коэффициент корреляции  $r_{xy}$  характеризует тесноту линейной связи между фактором  $x$  и откликом  $y$ . Считают, что если  $0,9 < |r_{xy}| < 1$ , связь тесная; если  $0,6 < |r_{xy}| < 0,9$ , связь достаточная; если  $0,3 < |r_{xy}| < 0,6$ , связь слабая; если  $0 < |r_{xy}| < 0,3$ , связь отсутствует. Знак коэффициента  $r_{xy}$  характеризует характер линейной связи: при  $r_{xy} > 0$  связь между  $x$  и  $y$  прямая (с ростом фактора  $x$  отклик  $y$  увеличивается), при  $r_{xy} < 0$  связь между  $x$  и  $y$  обратная (с ростом фактора  $x$  отклик  $y$  уменьшается).

В системе Statistica v 6.0 уровень значимости статистической гипотезы обозначается  $p$  или  $p\text{-level}$ . Проверка на значимость выполняется автоматически, и значимые величины выделяются красным цветом.

Коэффициент детерминации  $R^2$  для линейной регрессии равен квадрату коэффициента корреляции  $r_{xy}$ :  $R^2 = r_{xy}^2$ ,  $0 \leq R^2 \leq 1$ .  $R^2$  показывает, какая часть дисперсии отклика  $y$  объясняется уравнением регрессии.

### **3.2 Цель лабораторной работы**

Научиться строить однофакторные регрессионные модели, выбирать среди них оптимальную, оценивать адекватность модели, рассчитывать прогноз.

### 3.3 Задание к лабораторной работе

Исследовать зависимость заданного показателя от фактора. Для этого необходимо:

- 1 Создать таблицу данных.
- 2 Найти основные статистики.
- 3 Найти график и уравнение линейной регрессии  $y = b_0 + b_1x$ .
- 4 Рассчитать прогноз  $Y$  по линейной модели.
- 5 Найти график и уравнение экспоненциальной модели  $y = a \cdot e^{bx}$ .
- 6 Рассчитать прогноз  $Y$  по экспоненциальной модели.
- 7 Найти график и уравнение полиномиальной модели.
- 8 Рассчитать прогноз  $Y$  по полиномиальной модели.
- 9 Рассчитать квадраты отклонений выборочных значений от прогнозируемых.
- 10 Вычислить сумму квадратов отклонений.
- 11 Выбрать модель по сумме квадратов отклонений.
- 12 Проверить линейную модель на адекватность.

### 3.4 Пример выполнения лабораторной работы в пакете Statistica

**Дано:** исходные статистические данные (табл.18).

Таблица 18

№	X	Y
1	1	1
2	1,5	2,5
3	2	4
4	2,5	6,2
5	3	9
6	3,5	12,1
7	4	16
8	4,5	20,4
9	5	25
10	6	36

## Выполнение задания

**1 Создаём таблицу данных.** Таблица будет иметь две переменные и 10 случаев (табл.19).

Таблица 19

х	у
1	1
1,5	2,5
2	4
2,5	6,2
3	9
3,5	12,1
х	у
4	16
4,5	20,4
5	25
6	36

Сохранить таблицу (например: lab1.sta).

**2 Находим основные статистики (среднее значение, среднеквадратическое отклонение, размах выборки).** Активируем таблицу с данными: *Statistics – Basic Statistics/Tables* – вкладка *Advanced*. Определяем переменные: кнопка *Variables (x, y)*, *Ok*. Активируем опции: *Valid N* (объем выборки), *Mean* (среднее значение), *Standard Deviation* (среднеквадратическое отклонение), *Minimum u Maximum* (минимальное и максимальное значения), щелкаем кнопку *Summary*. Нужные статистики запишутся в отчет в виде таблицы 20.

Таблица 20

Variable	Descriptive Statistics (lab1)				
	Valid N	Mean	Minimum	Maximum	Std.Dev.
x	10	3,3000	1,00000	6,0000	1,6020
y	10	13,2200	1,00000	36,0000	11,2278

Исходную таблицу можно добавить к отчету: *File – Add to Report – Report1*.

**3 Находим график и уравнение линейной регрессии  $y=b_0+b_1x$ .** Активируем таблицу с данными. *Graphs – Scatterplots...* – вкладка *Advanced*. Определяем переменные: кнопка *Variables (1-X, 2-Y)*, *Ok*. Выбираем опции графика: тип *Regular* (обычный), вид *Linear* (линейный), *Ellipse – Off*, *Ok*.

Над графиком будет написано уравнение прямой регрессии  $y = -9,3714 + 6,8459x$  (рис.12).

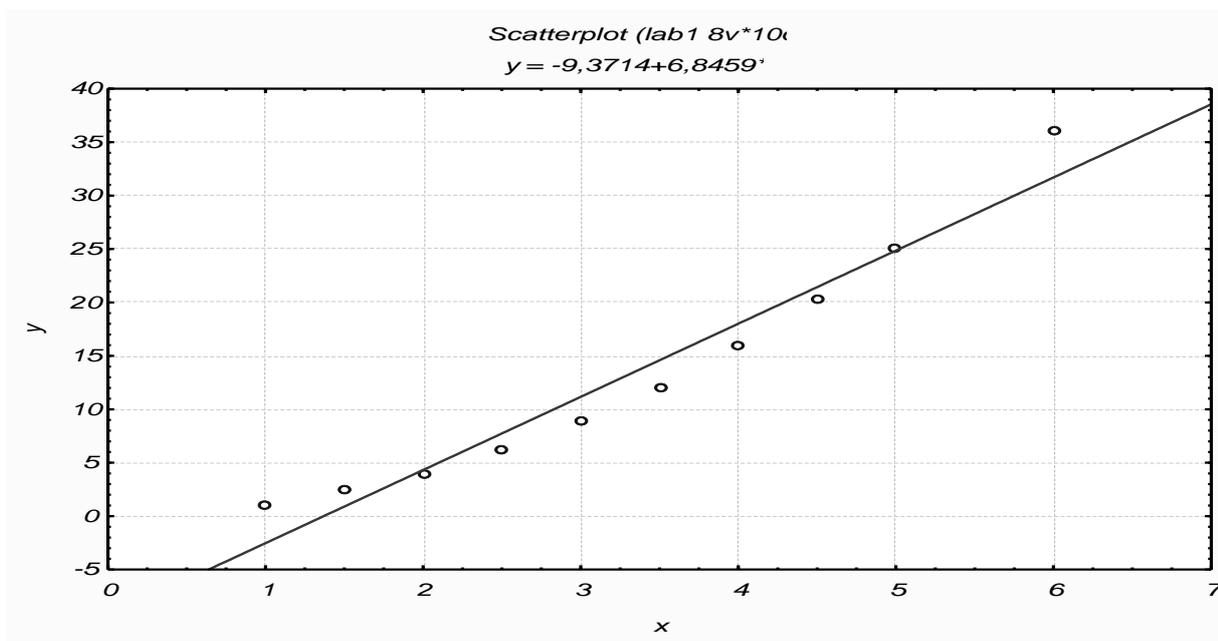


Рисунок 12

**4 Рассчитываем прогноз Y по линейной модели.** По полученной формуле можно рассчитать значения Y в любой точке из области прогнозов. Добавим к таблице 3-й столбец Y\_L. Двойным щелчком мыши по имени столбца входим в окно редактирования столбца. В окне *Long Name*

(внизу диалогового окна) записать формулу  $y = -9,3714 + 6,8459 * x$  (уравнение регрессии) и нажать *ОК*. В столбце Y\_L появятся значения Y, рассчитанные по уравнению прямой регрессии  $y = -9,3714 + 6,8459x$  для всех X из 1-го столбца (табл.21).

*Таблица 21*

<b>x</b>	<b>y</b>	<b>y_l</b>
1	1	-2,5255
1,5	2,5	0,89745
2	4	4,3204
2,5	6,2	7,74335
3	9	11,1663
3,5	12,1	14,58925
4	16	18,0122
4,5	20,4	21,43515
5	25	24,8581
6	36	31,704

**5 Находим график и уравнение экспоненциальной модели  $y = a * e^{bx}$ .**

Все действия аналогичны п.3, но вид графика – *Exponential* (экспоненциальный).

Получим график и формулу экспоненциальной модели (рис.13).  
Уравнение:  $y = 0,9114 * \exp(0,6769 * x)$ .

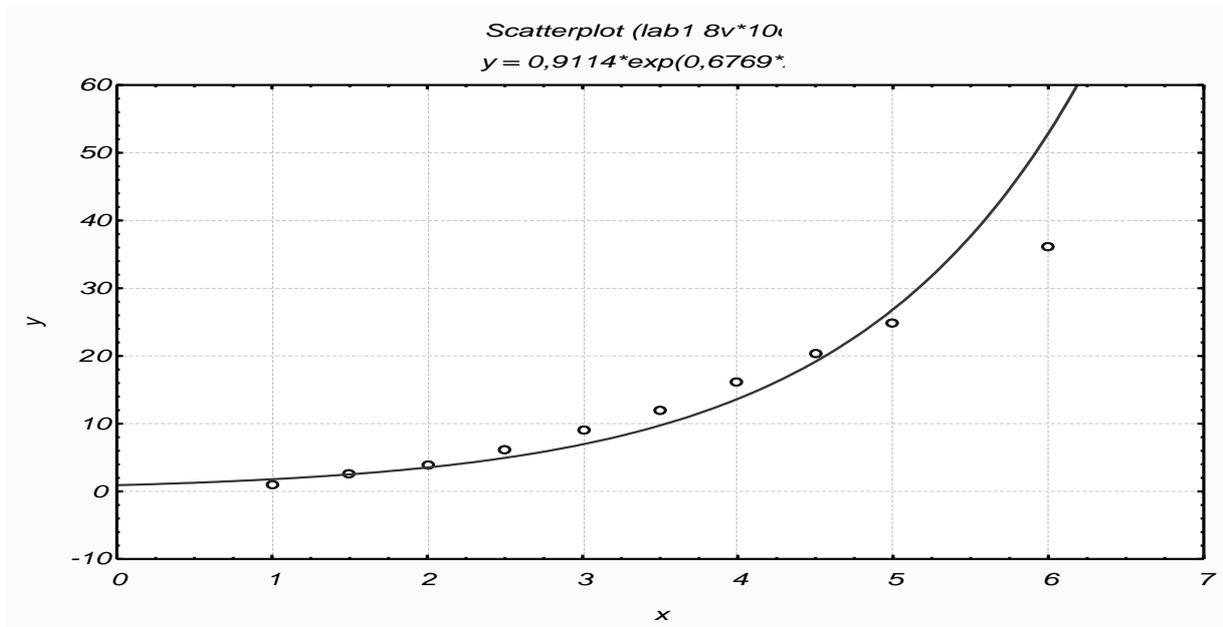


Рисунок 13

**6 Рассчитываем прогноз  $Y$  по экспоненциальной модели.** Действия аналогичны п. 4. В окне *Long Name* вписываем формулу  $=0,9114*\exp(0,6769*x)$ . Таблица примет вид, приведенный в таблице 22.

Таблица 22

<b>x</b>	<b>y</b>	<b>y_l</b>	<b>y_exp</b>
1	1	-2,5255	1,79342392
1,5	2,5	0,89745	2,51576416
2	4	4,3204	3,52904254
2,5	6,2	7,74335	4,95044068
3	9	11,1663	6,94433764
3,5	12,1	14,58925	9,74131969
4	16	18,0122	13,6648467
4,5	20,4	21,43515	19,168659
5	25	24,8581	26,8892506
6	36	31,704	52,9118118

**7 Находим график и уравнение полиномиальной модели.** Первоначальные действия аналогичны п.3, но вид графика *Polynomial* (полиномиальный). На вкладке *Options 2* задаем степень полинома (*Polynomial order*). Statistica 6.0 предлагает следующие полиномы:

1. Quadratic ( $y = b_0 + b_1x + b_2x^2$ )
2. Cubic ( $y = b_0 + b_1x + b_2x^2 + b_3x^3$ )
3. Quartic ( $y = b_0 + b_1x + b_2x^2 + b_3x^3 + b_4x^4$ )
4. Quintic ( $y = b_0 + b_1x + b_2x^2 + b_3x^3 + b_4x^4 + b_5x^5$ )

В данном случае выбираем *Quadratic*, нажимаем *OK*. Получим график (рис.14), над которым написано уравнение полинома 2<sup>й</sup> степени  $y=0,1674-0,0915x+1,0117x^2$ .

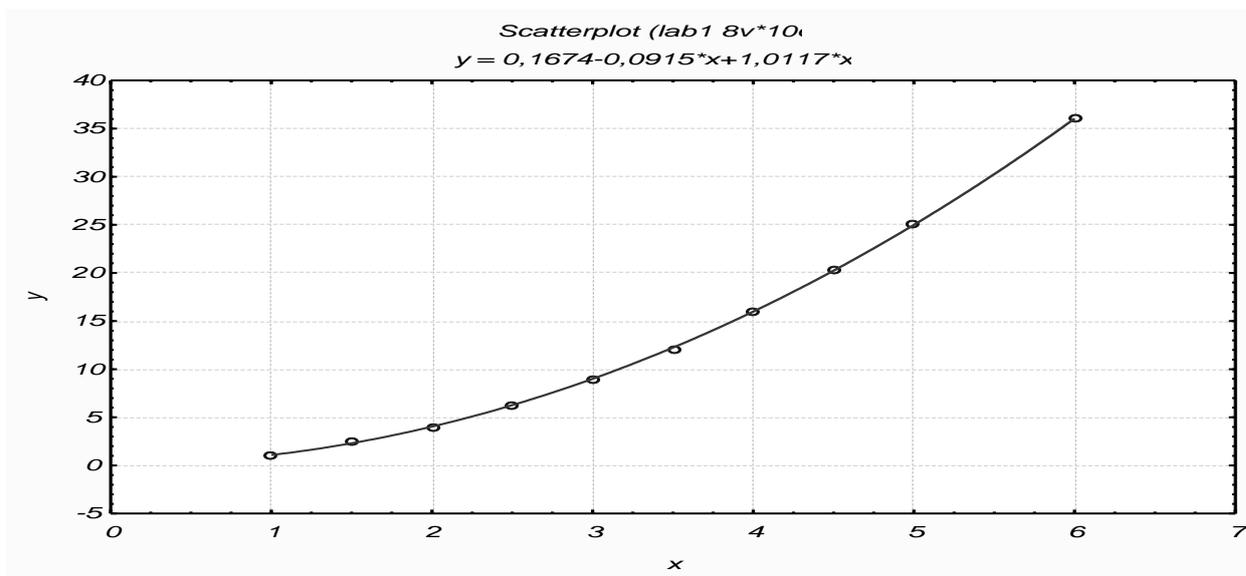


Рисунок 14

**8 Рассчитываем прогноз Y по полиномиальной модели.** Действия аналогичны п. 4. В окне *Long Name* вписываем формулу

$$=0,1674-0,0915*x+1,0117*x^2.$$

Таблица примет вид, приведенный в таблице 23.

Таблица 23

<b>x</b>	<b>y</b>	<b>y_l</b>	<b>y_exp</b>	<b>y_pol</b>
1	1	-2,5255	1,79342392	1,0876
1,5	2,5	0,89745	2,51576416	2,306475
2	4	4,3204	3,52904254	4,0312
2,5	6,2	7,74335	4,95044068	6,261775
3	9	11,1663	6,94433764	8,9982
3,5	12,1	14,58925	9,74131969	12,240475
4	16	18,0122	13,6648467	15,9886
4,5	20,4	21,43515	19,168659	20,242575
5	25	24,8581	26,8892506	25,0024
6	36	31,704	52,9118118	36,0396

**9 Рассчитываем квадраты отклонений выборочных значений от прогнозируемых.**

Добавим столбец kv\_l, формула =  $(y - y_l)^2$ .

Добавим столбец kv\_exp, формула =  $(y - y_{exp})^2$ .

Добавим столбец kv\_pol, формула =  $(y - y_{pol})^2$ .

Таблица примет вид (табл.24):

Таблица 24

<b>x</b>	<b>y</b>	<b>y_l</b>	<b>y_exp</b>	<b>y_pol</b>	<b>kv_l</b>	<b>kv_exp</b>	<b>kv_pol</b>
1	1	-2,5255	1,79342392	1,0876	12,4291502	0,629521524	0,00767376
1,5	2,5	0,89745	2,51576416	2,306475	2,5681665	0,000248508859	0,0374519256
2	4	4,3204	3,52904254	4,0312	0,10265616	0,221800926	0,00097344
2,5	6,2	7,74335	4,95044068	6,261775	2,38192922	1,56139848	0,00381615062
3	9	11,1663	6,94433764	8,9982	4,69285569	4,22574773	0,00000324
3,5	12,1	14,58925	9,74131969	12,240475	6,19636556	5,56337282	0,0197332256
4	16	18,0122	13,6648467	15,9886	4,04894884	5,452941	0,00012996
4,5	20,4	21,43515	19,168659	20,242575	1,07153552	1,51620074	0,0247826306
5	25	24,8581	26,8892506	25,0024	0,02013561	3,56926773	0,00000576
6	36	31,704	52,9118118	36,0396	18,455616	286,009379	0,00156816

**10 Вычисляем сумму квадратов отклонений.** Выбираем *Statistics – Basic Statistics/Tables* – вкладка *Advanced*. Определяем переменные: кнопка *Variables* ( kv\_l, kv\_exp, kv\_pol ), *OK*. Активируем только одну опцию: *Sum* (сумма), *Summary*. Суммы квадратов отклонений запишутся в виде таблицы (табл.25).

Таблица 25

Variable	Descriptiv
	Sum
kv_l	51,9674
kv_exp	308,7499
kv_pol	0,0961

**11 Выбор модели по сумме квадратов отклонений.** Так как сумма квадратов отклонений для полиномиальной модели наименьшая (0,0961), то выбираем полиномиальную модель.

**12 Проверка линейной модели на адекватность.** Без дополнительных расчетов Statistica 6.0 проверяет на адекватность только линейную модель. *Statistics – Multiple Regression* – кнопка *Variables*. Выделяем *Y – dependent* (зависимая) и *X – independent* (независимая), *OK*, *OK* (табл. 26).

Таблица 26

Statistic	Summary
	Value
Multiple R	0,9768
Multiple R_	0,9542
Adjusted R_	0,9485
F(1,8)	166,6598
p	0,0000
Std.Err. of Estimate	2,5487

В появившемся окне *Multiple Regression Results* нажимаем кнопку *Summary: Regression Results*. Результат получим в виде таблицы 27.

Таблица 27

Regression Summary for Dependent Variable: y (lab1) R= ,97682991 R_ = ,95419667 Adjusted R_ = ,94847125 F(1,8)=166,66 p<,00000 Std.Error of estimate: 2,5487						
N=10	Beta	Std.Err. of Beta	B	Std.Err. of B	t(8)	p-level
Intercept			-9,37143	1,926643	-4,86412	0,001249
x	0,976830	0,075666	6,84589	0,530291	12,90968	0,000001

В этой таблице находятся все необходимые сведения: коэффициент корреляции  $R = 0,9768$ , коэффициент детерминации  $(R^2)=0,94847$ , значение критерия Фишера  $F(1,8)=166,66$  и значимость этого значения  $p<0,00000$ ; стандартная ошибка аппроксимации Std Error of estimate = 2,5487.

В столбце B находятся значения параметров  $b_0 = -9,37143$ ;  $b_1 = 6,84589$  (сравните с уравнениями, полученными в п.4). Для проверки значимости коэффициентов  $b_0$  и  $b_1$  используют критерий Стьюдента. Если значения в столбце  $p - level$  меньше 0,05, то с уровнем доверия 0,95 (95 %) можно утверждать, что соответствующий коэффициент значим. В уравнение модели включают только значимые коэффициенты.

### **Вывод**

Введем обозначения: X – фактор, Y – показатель. Средние значения  $X_{cp} = 3,3$ ;  $Y_{cp} = 13,22$  задают центр области прогнозов. Среднее квадратическое отклонение  $\sigma_x = 1,6021$  характеризует среднее значение рассеивания значений X относительно  $X_{cp}$ .

Получены 3 модели:

1 Линейная  $y = -9,3714 + 6,8459x$

2 Экспоненциальная  $y = 0,9114 * e^{0,6769x}$

3 Полиномиальная  $y = 0,1674 - 0,0915x + 1,0117x^2$

Суммы квадратов отклонений выборочных значений от рассчитанных, соответственно, составляют: 51,9674; 308,7499; 0,0961.

Так как для полиномиальной модели сумма квадратов отклонений наименьшая, то она является оптимальной в данном случае.

Проверим, можно ли для упрощения расчетов использовать линейную модель. Коэффициент корреляции  $R = 0,9768$  – значит, линейная связь тесная. Коэффициент детерминации  $R^2 = 0,9542$  – значит, общее качество модели хорошее (95,42 % исходных данных объясняются полученной моделью). Значимость  $F_{\text{набл.}}(p) < 0,00000\dots$  Это меньше 0,05, значит, с уровнем доверия 0,95 (95 %) можно утверждать, что модель адекватна.

Значение  $p$  – level для коэффициента  $b_0$  равно 0,001249, для коэффициента  $b_1$  – 0,000001. Оба эти числа меньше 0,05, значит, оба коэффициента значимы, и они включаются в модель  $y = -9,3714 + 6,8459x$ .

Следовательно, оптимальной из трех предложенных является полиномиальная модель зависимости показателя  $Y$  от фактора  $X$ , но и линейную также можно использовать.

**Замечание.** При выполнении индивидуального задания вводим обозначения  $X$  и  $Y$  для натуральных переменных. В выводе вместо  $X$  и  $Y$  указываем заданные в условии обозначения.

### **3.5 Отчет по лабораторной работе должен содержать**

- 1 Тему работы, цель.
- 2 Индивидуальное задание.
- 3 Распечатки таблиц и графиков.
- 4 Выводы по работе.

### **3.6 Контрольные вопросы**

- 1 Что такое выборка, генеральная совокупность?
- 2 Сформулируйте определения для следующих понятий: модель, прогноз, фактор, показатель, оптимальная модель, корреляционное поле.
- 3 Дайте определение и приведите формулу: среднее значение, среднеквадратическое отклонение.

4 Что такое область прогнозов?

5 Как проверить линейную модель на адекватность?

### 3.7 Индивидуальные задания

#### *Вариант 1*

Определить зависимость температуры нагрева оболочки порошкового электрода от времени протекания тока при плотности тока  $j=20 \text{ А/мм}^2$  (табл.28).

*Таблица 28*

Номер опыта	Фактор	Показатель
	Время протекания тока, с	Температура нагрева оболочки, °С
1	2	20
2	4	50
3	6	150
4	8	180
5	10	295
6	12	290
7	14	315
8	16	400
9	18	525
10	20	510
11	14	420
12	15,5	550
13	16	570
14	18	720
15	20	700

#### *Вариант 2*

Определить зависимость температуры нагрева оболочки порошкового электрода от времени протекания тока при плотности тока  $j=40 \text{ А/мм}^2$  (табл.29):

Таблица 29

Номер опыта	Фактор	Показатель
	Время протекания тока, с	Температура нагрева оболочки, °С
1	0	0
2	2	85
3	3	100
4	4	320
5	5	280
6	6	550
7	7	590
8	8	700
9	10	850
10	12	600
11	13	820
12	16	850
13	17	980
14	18	950
15	20	980

*Вариант 3*

Определить влияние амплитуды колебаний электрода на глубину проплавления шва (табл.30).

Таблица 30

Номер опыта	Фактор	Показатель
	Амплитуда колебаний электрода А, мм	Глубина проплавления шва b, мм
1	5	6,5
2	10	6,25

Продолжение таблицы 30

Номер опыта	Фактор	Показатель
	Амплитуда колебаний электрода А, мм	Глубина проплавления шва $b$ , мм
3	13	6,7
4	15	5,55
5	17,5	5,45
6	20	5,1
7	22,5	5,6
8	24	4,5
9	27,5	3,8
10	22	4
11	23,5	4,5
12	25	4
13	27	4,25
14	28	3,5
15	30	3,3

Вариант 4

Определить зависимость максимальной скорости перемещения торца электрода, необходимой для отрыва капли, от сварочного тока (табл.31).

Таблица 31

Номер опыта	Фактор	Показатель
	Ток сварки $I_{св}$ , А	Скорость перемещения торца электрода $v$ , м/ч
1	50	1
2	55	0,9

Продолжение таблицы 31

Номер опыта	Фактор		Показатель
	Ток сварки	$I_{св}$ , А	Скорость перемещения торца электрода $v$ , м/ч
3	100		0,75
4	150		0,6
5	170		0,49
6	220		0,45
7	280		0,25
8	300		0,28
9	320		0,38
10	350		0,25
11	385		0,19
12	200		0,3
13	400		0,15
14	420		0,17
15	450		0,1

Вариант 5

Определить зависимость остаточного содержания молекулярного водорода в газовой фазе при наплавке сложнoleгированного сплава порошковой лентой от содержания в шихте плавикового шпата  $CaF_2$  (табл.32).

Таблица 32

Номер опыта	Фактор		Показатель
	Содержание в шихте плавикового шпата, масс. %		Остаточное содержание молекулярного водорода, %
1	0,25		35
2	0,3		27

Продолжение таблицы 32

Номер опыта	Фактор	Показатель
	Содержание в шихте плавикового шпата, масс. %	Остаточное содержание молекулярного водорода, %
3	0,5	18
4	1	15
5	1,25	10
6	1,3	3,8
7	1,5	5
8	1,75	1,9
9	2	5
10	2,25	3,1
11	2,5	4
12	2,75	1,7
13	2,8	3,45
14	2,9	1,2
15	3	3

*Вариант б*

Определить зависимость температуры электродных капель от напряжения на дуге при сварке электродами марки АНО-4 (табл.33).

Таблица 33

Номер опыта	Фактор	Показатель
	Напряжение на дуге U, В	Температура электродных капель T <sub>max</sub> , К
1	15	2300
2	20	2400

Продолжение таблицы 33

Номер опыта	Фактор	Показатель
	Напряжение на дуге U, В	Температура электродных капель T <sub>max</sub> , К
3	25	2450
4	30	2500
5	35	2630
6	38	2615
7	40	2640
8	43	2700
9	45	2710
10	48	2735
11	50	2720
12	53	2600
13	55	2735
14	58	2729
15	60	2730

Вариант 7

Определить зависимость между током I<sub>св</sub> и производительностью наплавки G<sub>н</sub> при наплавке бронзы на сталь 45 (табл.34).

Таблица 34

Номер опыта	Фактор	Показатель
	Сварочный ток I <sub>св</sub> , А	Производительность наплавки G <sub>н</sub> , кг/ч
1	120	1,2
2	140	2,4
3	160	5,5
4	180	4,6
5	190	5,5

Продолжение таблицы 34

Номер опыта	Фактор	Показатель
	Сварочный ток I <sub>св</sub> , А	Производительность наплавки G <sub>н</sub> , кг/ч
6	200	4,6
7	220	6,3
8	230	6,6
9	240	7
10	200	7,6
11	150	5,5
12	260	7,8
13	280	8,8
14	290	7,95
15	300	8

*Вариант 8*

Определить зависимость вязкости защитного покрытия от добавок натрия фосфорномолибденовокислого (табл.35).

Таблица 35

Номер опыта	Фактор	Показатель
	Количество Na <sub>2</sub> [P(Mo <sub>2</sub> O <sub>7</sub> )]*19H <sub>2</sub> O, г	Вязкость покрытия η, с
1	0	70
2	0,5	68
3	1	64
4	1,5	70
5	2	57
6	2,5	55

Продолжение табл. 35

Номер опыта	Фактор	Показатель
	Количество $\text{Na}_2[\text{P}(\text{Mo}_2\text{O}_7)] \cdot 19\text{H}_2\text{O}$ , г	Вязкость покрытия $\eta, \text{с}$
7	3	52
8	3,25	42
9	3,5	48
10	3,75	42
11	4	44
12	4,25	45
13	4,5	53
14	4,75	41
15	5	40

*Вариант 9*

Определить зависимость удельного теплосодержания ванны при сварке меди от содержания в газовой смеси аргона (табл.36).

Таблица 36

Номер опыта	Фактор	Показатель
	Содержание аргона $\text{Ar}$ , %	Удельное теплосодержание ванны $S$ , Дж/кг
1	100	965000
2	90	951000
3	80	923000
4	70	976000
5	65	880000
6	60	820000

Продолжение таблицы 36

Номер опыта	Фактор	Показатель
	Содержание аргона Ar, %	Удельное теплосодержание ванны S, Дж/кг
7	55	800000
8	50	794000
9	45	680000
10	40	771000
11	35	898000
12	30	794000
13	20	734000
14	10	771000
15	5	705000

*Вариант 10*

Определить зависимость краевого угла смачивания мрамора жидким стеклом при изготовлении электродов для ручной дуговой сварки от плотности жидкого стекла (табл.37).

Таблица 37

Номер опыта	Фактор	Показатель
	Плотность жидкого стекла мс/г, $\gamma^3$	Значение краевого угла смачивания $\theta$ , град.
1	1,3	15
2	1,35	18
3	1,4	19
4	1,45	22
5	1,5	38

*Продолжение таблицы 37*

Номер опыта	Фактор	Показатель
	Плотность жидкого стекла мс/г, $\gamma^3$	Значение краевого угла смачивания $\theta$ , град.
6	1,55	55
7	1,6	56
8	1,65	68
9	1,68	66
10	1,7	61
11	1,72	75
12	1,75	80
13	1,8	74
14	1,82	83
15	1,85	85

#### **4 Лабораторная работа 3**

### **ПЛАНИРОВАНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТА. ПОЛНЫЙ ФАКТОРНЫЙ ПЛАН $2^2$**

#### **4.1 Краткие теоретические сведения**

Под экспериментом понимают совокупность операций, совершаемых над объектом исследования с целью получения информации о его свойствах.

Эксперимент, в котором исследователь по своему усмотрению может изменять условия его проведения, называется активным экспериментом. Если исследователь не может самостоятельно изменять условия его проведения, а лишь регистрирует их, то это пассивный эксперимент.

Опыт – это отдельная экспериментальная часть.

План эксперимента – совокупность данных, определяющих число, условия и порядок проведения эксперимента.

Планирование эксперимента – выбор плана эксперимента, удовлетворяющего заданным требованиям; целенаправленное управление экспериментом, реализуемое в условиях неполного знания механизма изучаемого явления.

Цель планирования эксперимента – нахождение таких условий и правил проведения опытов, при которых удастся получить надежную и достоверную информацию об объекте с наименьшей затратой труда, а также представить эту информацию в компактной и удобной форме с количественной оценкой точности.

Пусть рассматриваемое свойство ( $Y$ ) объекта зависит от нескольких ( $n$ ) независимых переменных ( $X_1, X_2, \dots, X_n$ ), и необходимо выяснить характер этой зависимости  $Y = F(X_1, X_2, \dots, X_n)$ . Независимые переменные  $X_1 \dots X_n$  называют факторами, величину  $Y$  – отклик, а зависимость  $Y = F(X_1, X_2, \dots, X_n)$  – функцией отклика.

#### **4.2 Цель лабораторной работы**

Научиться работать с модулем планирования эксперимента.

#### **4.3 Задание к лабораторной работе**

Построить план эксперимента. Провести анализ полученных данных. Построить линейные модели: без учета взаимодействия факторов ( $y = b_0 + b_1x_1 + b_2x_2$ ) и с учетом взаимодействия факторов ( $y = b_0 + b_1x_1 + b_2x_2 + b_3x_1x_2$ ). Оценить их адекватность.

#### **4.4 Пример выполнения лабораторной работы в пакете Statistica**

**Дано:** построить математическую линейную модель влияния напряжения на дуге  $U_d$ ,  $V$ , длины вылета электрода  $L_v$ , мм, на коэффициент по-

терь  $Y, \%$  при сварке в среде  $CO_2$ . По технологическим соображениям выбрана следующая область исследований:

$$U_d = 20 \dots 30 \text{ В}; \quad L_b = 20 \dots 60 \text{ мм.}$$

Для исследований применяем факторный план проведения эксперимента  $2^2$ .

Ниже, в таблице 38, приведены результаты проведения эксперимента. В соответствии с планом было проведено 4 серии опытов, в каждом сочетании уровней факторов проводилось по 3 параллельных опыта. Изменялись значения отклика функции  $Y$  – коэффициент потерь (в таблице приведены средние значения по 3 параллельным опытам значений  $Y$ ).

Таблица 38

№	Uд	Lв	Y, %
1	20	20	33
2	30	20	30
3	20	60	28
4	30	60	31

### Выполнение задания

#### *1 Построение плана.*

В меню **Statistics** выбираем пункт **Industrial Statistics & Six Sigma – Experimental Design (DOE)**. В появившемся окне **Design & Analysis of Experiments** выбираем **2\*\*(К-р) standard design (Box, Hunter, & Hunter)** (Дробные  $2^{**}(K-p)$  факторные планы). Откроется окно **Design & Analysis of Experiments with Two-Level Factors**, вкладка **Design experiment** (рис.15).

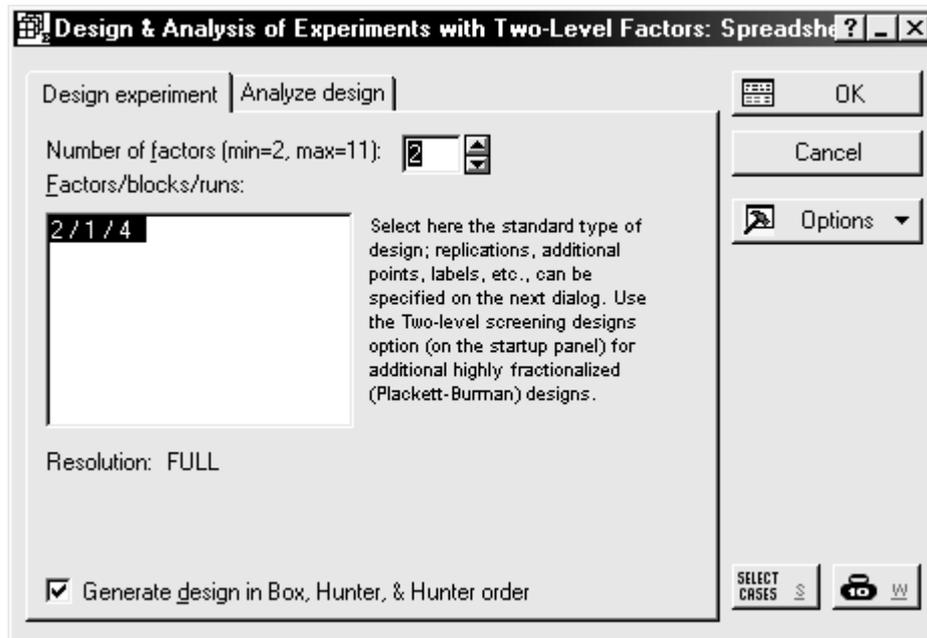


Рисунок 15

Задаем **Number of factors** (число факторов) 2, выбираем строку 2/1/4 в поле **Factors/blocks/runs** (факторы/блоки/опыты).

В появившемся окне (рис.16) на вкладке **Quick** отмечаем тип плана **Standard order** (стандартный, не рандомизированный план), нажимаем кнопку **Change factor names, values, etc.** (Имена факторов, значения).

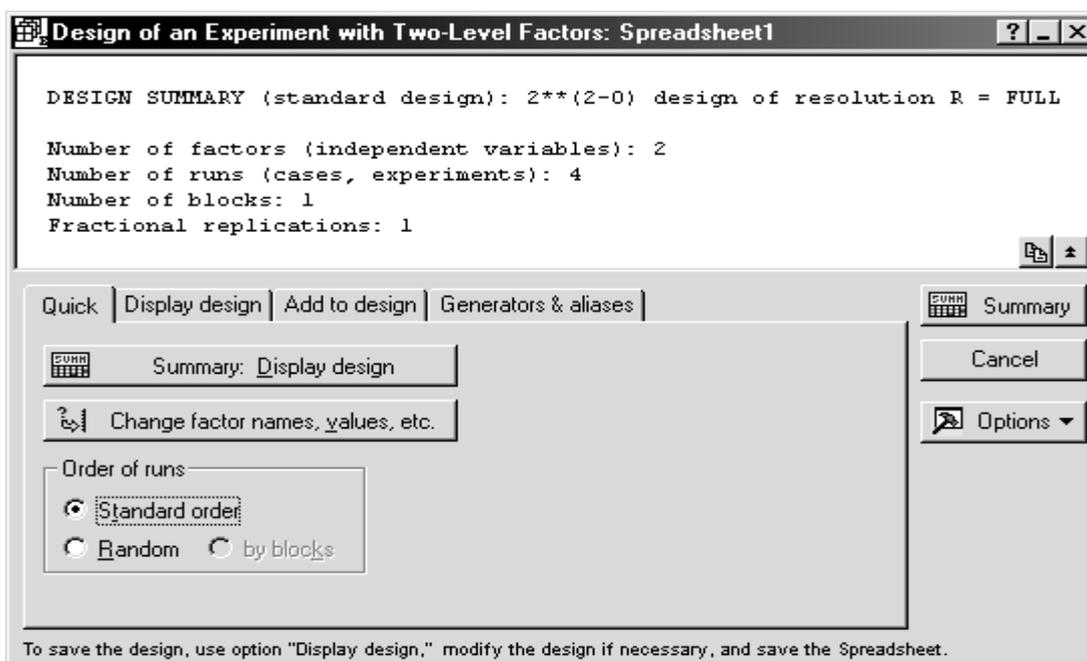


Рисунок 16

В окне **Summary for Variables (Factors)** (рис.17) нужно заполнить следующие столбцы: **Factors Name** – имена факторов, **Low Value** – нижние (наименьшие) значения факторов, **High Value** – верхние (наибольшие) значения факторов.

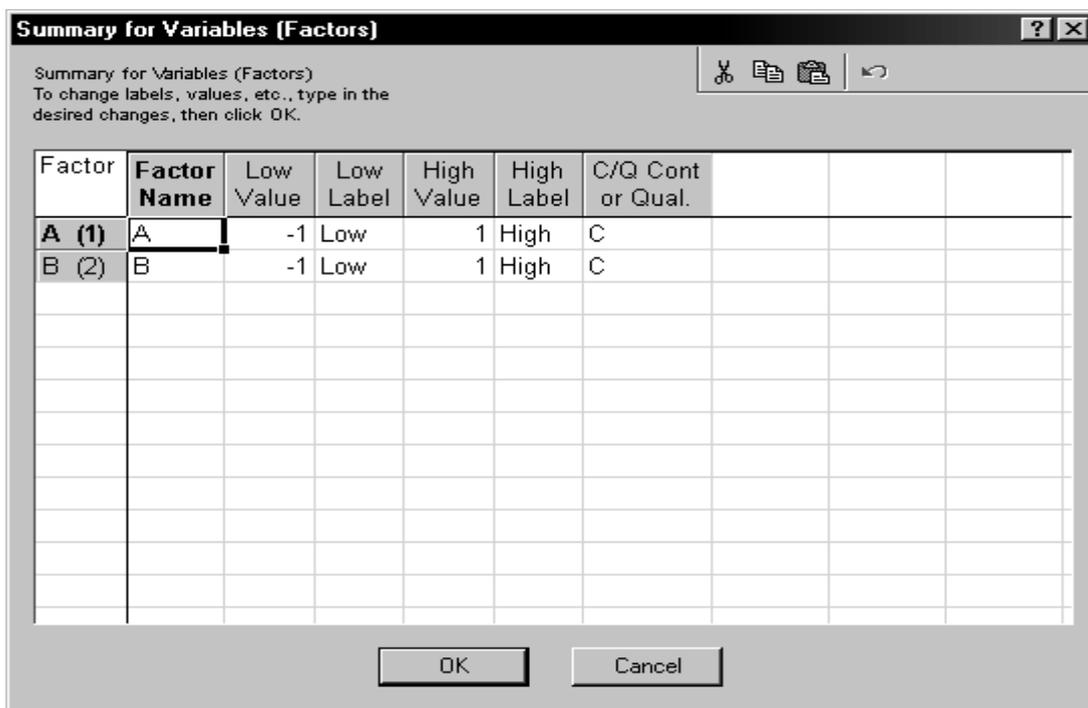


Рисунок 17

Для рассматриваемого примера введем данные из задания, как на рис. 18, *Ok*.

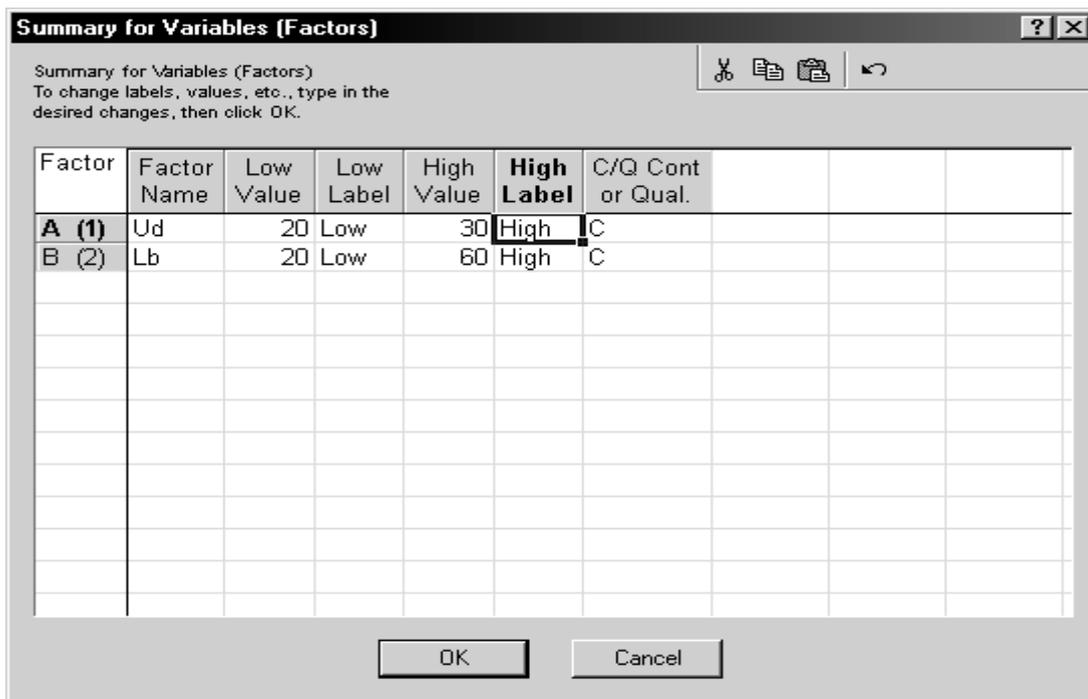


Рисунок 18

В появившемся окне выбираем вкладку **Display design** и отмечаем опции для настройки отображения плана так, как показано на рисунке 19. Нажимаем кнопку **Summary**.

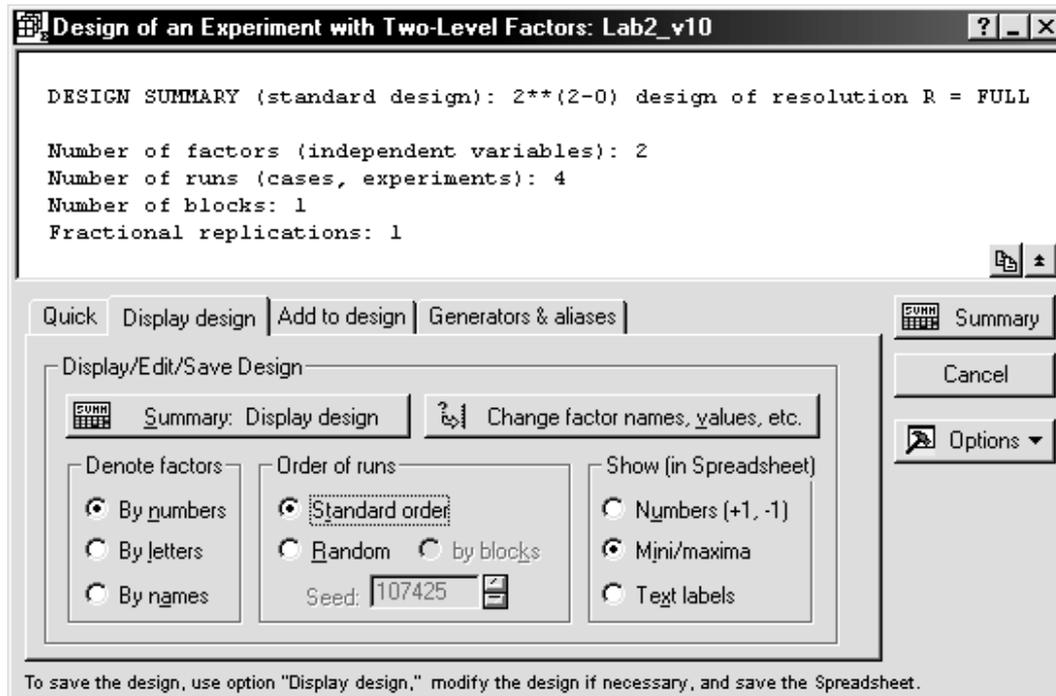


Рисунок 19

Получим таблицу – план факторного эксперимента  $2^2$  (табл. 39). В ней показан порядок сбора экспериментальных данных:

Таблица 39

Standard Run	Design: 2**(2-0) des	
	Ud	Lb
1	20,00000	20,00000
2	30,00000	20,00000
3	20,00000	60,00000
4	30,00000	60,00000

Перенесем (скопируем) ее в окно данных и добавим столбец результатов проведения экспериментов. Для данного примера – это коэффициент потерь  $Y$ , %. Получим таблицу 40.

Таблица 40

	1 Ud	2 Lb	3 Y
1	20,00000	20,00000	33
2	30,00000	20,00000	30
3	20,00000	60,00000	28
4	30,00000	60,00000	31

## 2 Анализ экспериментальных данных

### 2.1 Построение линейной модели без учета взаимодействия факторов

Возвращаемся в диалоговое окно **Design & Analysis of Experiments with Two\_Level Factors** (см. рис.1), которое в виде кнопки находится в нижней части рабочего окна. Переходим на вкладку **Analyze design**. Нажимаем кнопку **Variables**. Выбираем в качестве зависимой (**Dependent**) переменной – **Y**, в качестве независимых (**Independent (factors)**) переменных – **U<sub>д</sub>** и **L<sub>в</sub>**, **ОК**, **ОК**.(рис 20).

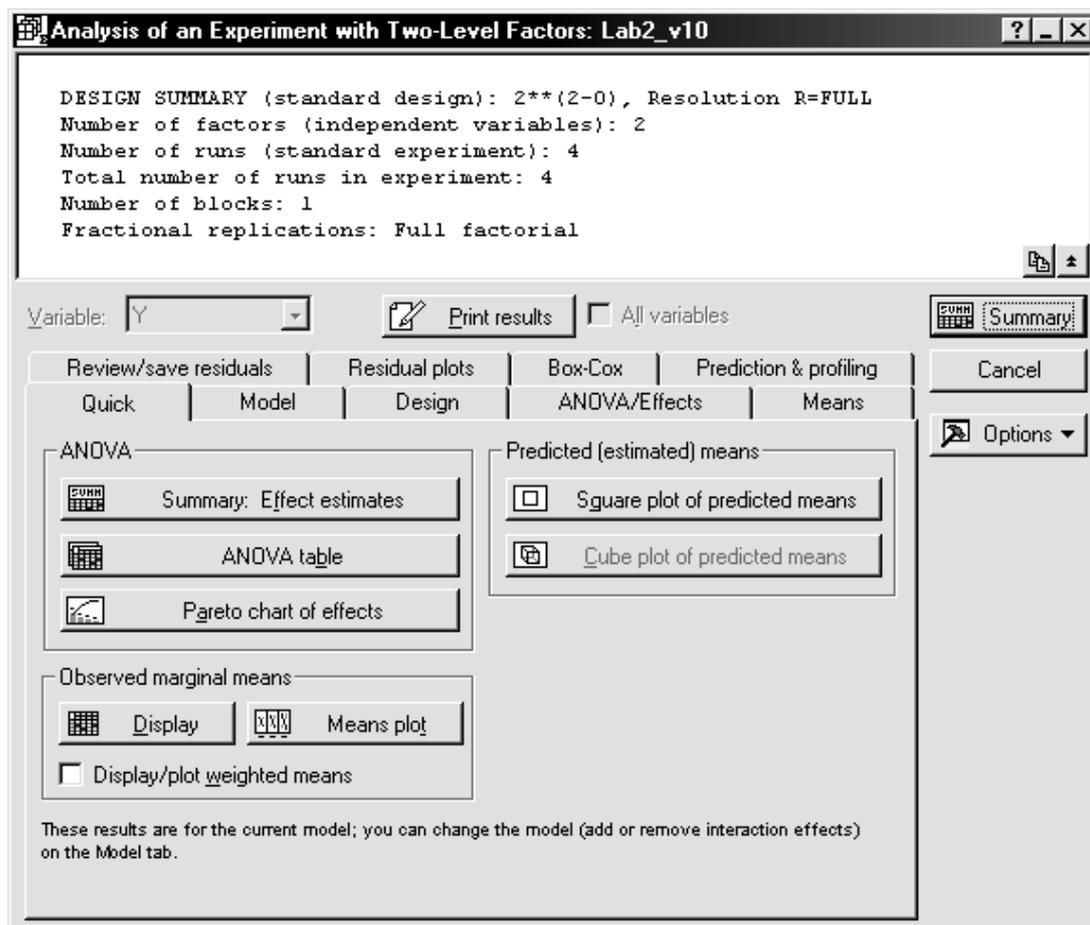


Рисунок 20

В появившемся окне выбираем:

- на вкладке **Model** – опцию **No interactions** (без взаимодействия),
- на вкладке **ANOVA/Effects** кнопку **Regressions coefficients**.

Получим таблицу коэффициентов для линейной модели без учета взаимодействия факторов (табл.41).

Таблица 41

Regr. Coefficients; Var.:Y; R-sqr=,30769; Adj:0, (Lab2_v10) 2**(2-0) design; MS Residual=9, DV: Y						
Factor	Regressn Coeff.	Std.Err.	t(1)	p	-95,% Cnf.Limt	+95,% Cnf.Limt
Mean/Interc.	32,50000	8,215838	3,955774	0,157632	-71,8921	136,8921
(1)Ud	0,00000	0,300000	0,000000	1,000000	-3,8119	3,8119
(2)Lb	-0,05000	0,075000	-0,666667	0,625666	-1,0030	0,9030

Сами коэффициенты берем из столбца **Regressn Coeff.:**  $b_0=32,5$ ;  $b_1=0,0$ ;  $b_2=-0,05$ . Т.е. модель можно записать в виде:

$$Y = 32,5 + 0 * U_D - 0,05 * L_B$$

$$Y = 32,5 - 0,05 * L_B$$

Фактор  $U_D$  не включен в модель. По столбцу **p** можно определить статистическую значимость коэффициентов: все числа  $>0,05$ , следовательно, коэффициенты незначимы. Над таблицей приводятся значения: **R-sqr**=0,30769 (коэффициент достоверности аппроксимации) – общее качество модели плохое, **MS Residual**=9 (стандартная ошибка).

Очевидно, что модель не пригодна для использования, но для сравнения рассчитаем значения показателя  $Y$  по этой модели.

Добавим в таблицу с данными столбец  $Y_1$  и впишем в окно **Long name** формулу

$$= 32,5 - 0,05 * L_B$$

Получим следующий результат (табл.42).

Таблица 42

	1 Ud	2 Lb	3 Y	4 Y1
1	20,00000	20,00000	33	31,5
2	30,00000	20,00000	30	31,5
3	20,00000	60,00000	28	29,5
4	30,00000	60,00000	31	29,5
5				

Для визуализации результатов можно построить трехмерный и контурный графики. В окне **Analysis of an Experiment with Two\_Level Factors** (см. рис.20) выбираем вкладку **Prediction & profiling**, нажимаем кнопку **Surface plot**, получим трехмерный график (рис.21), нажимаем кнопку **Contour plot**, получим контурный график (рис.22).

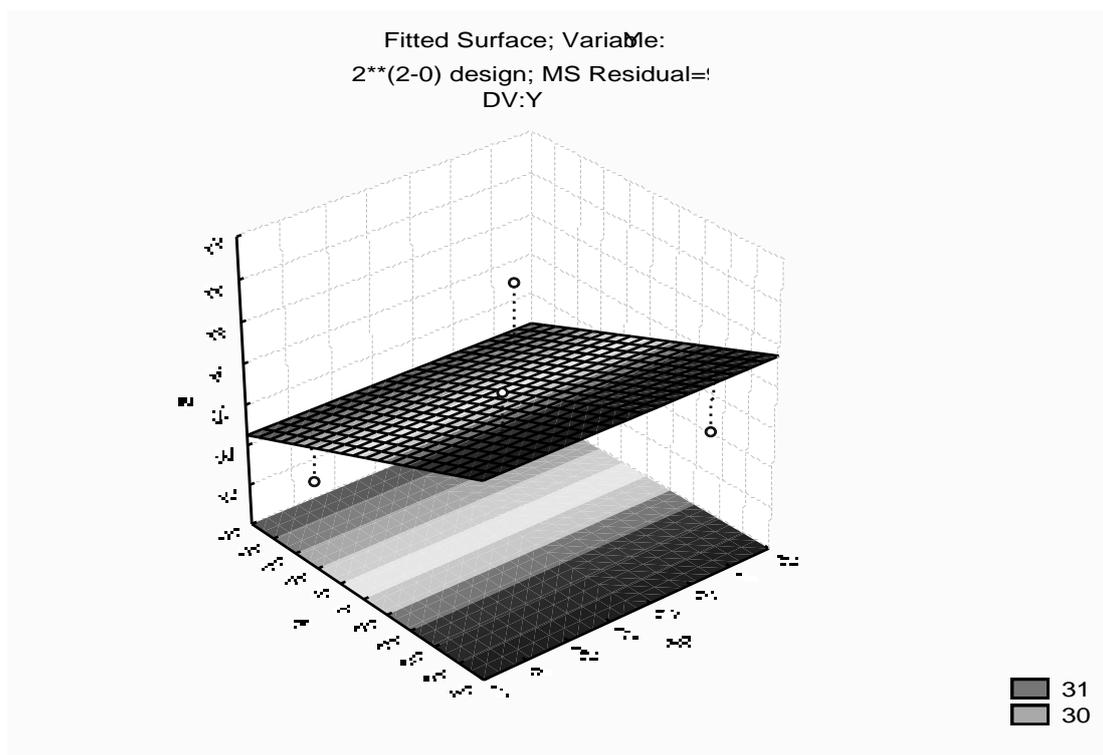


Рисунок 21

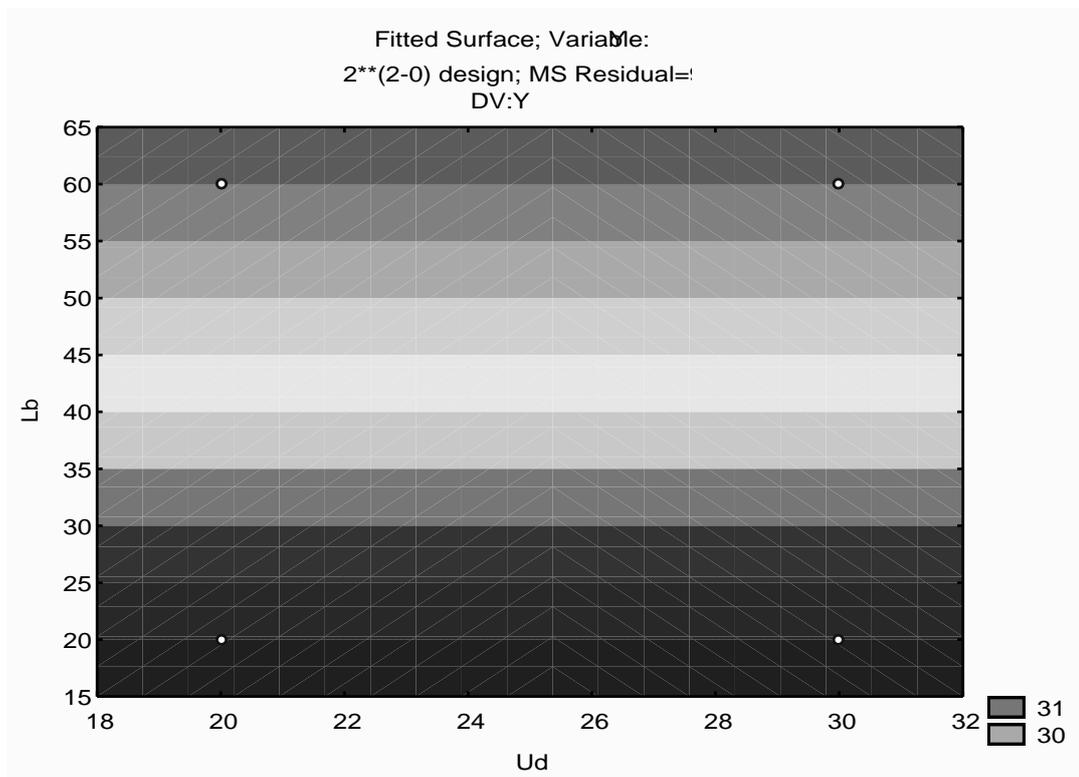


Рисунок 22

**2.2 Построение линейной модели с учетом взаимодействия факторов.** Это модель вида  $y = b_0 + b_1x_1 + b_2x_2 + b_3x_1x_2$ .

Последовательность действий аналогична п.2.1, но на вкладке **Model** выбираем опцию **2\_way interactions**.

Результаты получим в виде таблиц 43, 44 и рисунков 23, 24.

Таблица 43

Regr. Coefficients; Var.:Y; R-sqr=1, (Lab2_v10)	
2**(2-0) design	
DV: Y	
Factors	Regressn
Mean/Int	47,50000
(1)Ud	-0,60000
(2)Lb	-0,42500
1 by 2	0,01500

Проанализируем таблицу 43.

**R-sqr=1** – качество модели отличное. Значений ошибок нет – расчет получился точным.

Запишем модель

$$Y = 47,5 - 0,6 * U_{Д} - 0,425 * L_{В} + 0,015 * U_{Д} * L_{В}$$

Добавим в таблицу столбец **Y2** и в окне **Long name** впишем формулу

$$= 47,5 - 0,6 * U_{Д} - 0,425 * L_{В} + 0,015 * U_{Д} * L_{В}$$

Таблица 44

	1 Ud	2 Lb	3 Y	4 Y1	5 Y2
1	20,00000	20,00000	33	31,5	33
2	30,00000	20,00000	30	31,5	30
3	20,00000	60,00000	28	29,5	28
4	30,00000	60,00000	31	29,5	31
5					

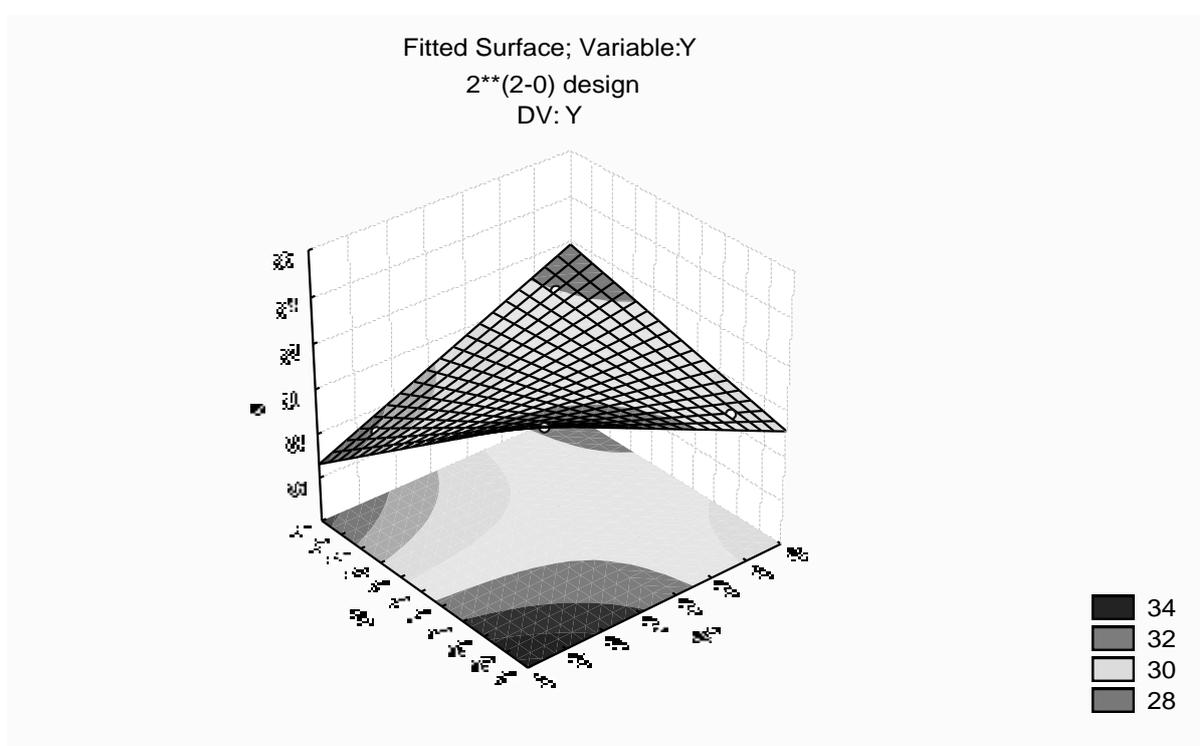


Рисунок 23

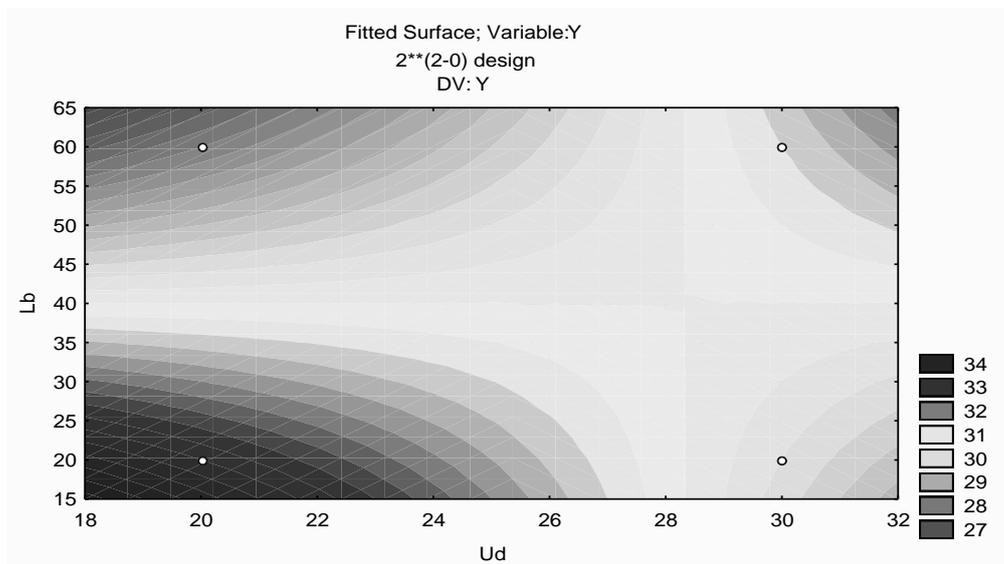


Рисунок 24

Сравнивая теперь в таблице 44 значения в столбце **Y** (экспериментальные данные) и в столбце **Y2** (рассчитанные по модели значения), можно увидеть, что они идентичны, т.е. расчет получился точным.

На рисунке 23 видно, что поверхность проходит точно через 4 точки плана, по которым определены коэффициенты (сравните с рис.21). Однако в других точках области определения функции, предсказанные и действительные значения, могут не совпадать.

### **Вывод**

Для анализа влияния напряжения на дуге  $U_d$ ,  $V$ , длины вылета электрода  $L_B$ , мм, на коэффициент потерь  $Y$ , %, при сварке в среде  $CO_2$  были построены 2 модели:

$$Y = 32,5 - 0,05 * L_B \quad \text{и}$$

$$Y = 47,5 - 0,6 * U_d - 0,425 * L_B + 0,015 * U_d * L_B$$

Доказано, что адекватной является вторая модель, которую можно использовать для дальнейших исследований.

**Замечание.** При выполнении индивидуального задания для удобства записи можно ввести обозначения  $X1$  и  $X2$  для натуральных переменных. В выводе указываем заданные в условии названия факторов.

#### **4.5 Отчет по лабораторной работе должен содержать:**

- 1 Тему работы, цель.
- 2 Индивидуальное задание.
- 3 Распечатки таблиц и графиков.
- 4 Выводы по работе.

#### **4.6 Контрольные вопросы**

- 1 Дайте определения активного и пассивного эксперимента. Опыт.
- 2 Классический и факторный планы проведения эксперимента.
- 3 План эксперимента, планирование эксперимента, цель планирования эксперимента.
- 4 Понятие фактора и отклика. Диапазоны изменения факторов. Функция отклика.
- 5 Что такое план ПФЭ  $2^n$ .
- 6 Что такое план ДФЭ  $2^{n-k}$ .

#### **4.7 Индивидуальные задания**

##### ***Задание 1***

Построить математическую линейную модель влияния тока сварки  $I_{св}$ , А, времени сварки  $t_{св}$ , с, на скорость плавления электрода  $V_{пл}$ , мм/с. Выполнялась автоматическая сварка плавлением в среде защитных газов. По технологическим соображениям выбрана следующая область исследований:

$$I_{св} = 100 \dots 180 \text{ А}; \quad t_{св} = 30 \dots 50 \text{ с.}$$

Для исследований применяем факторный план проведения эксперимента  $2^2$ . Ниже, в таблице 45 приведены результаты проведения эксперимента. В соответствии с планом было проведено 4 серии опытов, в каждом сочетании уровней факторов проводилось по 3 параллельных опыта. Изменялись значения отклика функции  $V_{пл}$  – скорость плавления электрода (в

таблице 45 приведены средние значения по 3 параллельным опытам значений скорости плавления электрода).

*Таблица 45 – Условия и результаты опыта*

№	I <sub>св</sub>	t <sub>св</sub>	V <sub>пл</sub>
1	100	30	3,2
2	180	30	4,5
3	100	50	3,4
4	180	50	4,9

### **Задание 2**

Построить математическую линейную модель влияния тока сварки I<sub>св</sub>, А, напряжения на дуге U<sub>д</sub>, В, на эффективный КПД нагрева электрода. Производилась ручная дуговая сварка. По технологическим соображениям выбрана следующая область исследований:

$$I_{св} = 100 \dots 180 \text{ А}; \quad U_{д} = 22 \dots 30 \text{ В}.$$

Для исследований применяем факторный план проведения эксперимента 2<sup>2</sup>. Ниже, в таблице 46 приведены результаты проведения эксперимента. В соответствии с планом было проведено 4 серии опытов, в каждом сочетании уровней факторов проводилось по 3 параллельных опыта. Измерялись значения отклика функции Q – эффективный КПД нагрева электрода (в таблице 46 приведены средние значения по 3 параллельным опытам значений КПД нагрева электрода).

*Таблица 46 – Условия и результаты опыта*

№	I <sub>св</sub>	U <sub>д</sub>	Q
1	100	22	0,23
2	180	22	0,12
3	100	30	0,2
4	180	30	0,91

### **Задание 3**

Построить математическую линейную модель влияния плотности сварочного тока,  $\gamma$  А/мм<sup>2</sup>, температуры термообработки  $T_T$ , °С, на коэффициент неравномерности плавления электрода  $K_n$ . Выполнялась автоматическая сварка под флюсом. По технологическим соображениям выбрана следующая область исследований:

$$J_{св} = 8 \dots 14 \text{ А/мм}^2; \quad T_T = 500 \dots 900 \text{ } ^\circ\text{С}.$$

Для исследований применяем факторный план проведения эксперимента  $2^2$ . Ниже, в таблице 47 приведены результаты проведения эксперимента. В соответствии с планом было проведено 4 серии опытов, в каждом сочетании уровней факторов проводилось по 3 параллельных опыта. Изменялись значения отклика функции  $K_n$  – коэффициент неравномерности плавления электрода (в таблице 47 приведены средние значения по 3 параллельным опытам значений коэффициента  $K_n$ ).

*Таблица 47 – Условия и результаты опыта*

№	$J_{св}$	$T_T$	$K_n$
1	8	500	1,23
2	14	500	1,27
3	8	900	1,17
4	14	900	1,2

### **Задание 4**

Построить математическую линейную модель влияния толщины свариваемой пластины  $y$ , мм, времени сварки  $t_{св}$ , с, на температуру нагрева пластины толщиной 5 мм. Выполнялась автоматическая сварка под флюсом для пластины толщиной 5 мм. По технологическим соображениям выбрана следующая область исследований:

$$y = 12 \dots 20 \text{ мм}; \quad t_{св} = 60 \dots 120 \text{ с}.$$

Для исследований применяем факторный план проведения эксперимента  $2^2$ . Ниже, в таблице 48 приведены результаты проведения эксперимента. В соответствии с планом было проведено 4 серии опытов, в каждом сочетании уровней факторов проводилось по 3 параллельных опыта. Измерялись значения отклика функции  $T_n$  – температура нагрева пластины (в таблице 48 приведены средние значения по 3 параллельным опытам значений  $T_n$ ).

*Таблица 48 – Условия и результаты опыта*

№	y	tсв	$T_n$
1	12	60	260
2	20	60	240
3	12	120	200
4	20	120	180

### ***Задание 5***

Построить математическую линейную модель влияния скорости сварки  $V_{св}$ , мм/с, температуры предварительного подогрева  $T_0$ , К, на скорость охлаждения пластины. Выполнялась сварка в среде защитных газов. По технологическим соображениям выбрана следующая область исследований:

$$V_{св} = 0,3...1 \text{ мм/с}; \quad T_0 = 290...530 \text{ К.}$$

Для исследований применяем факторный план проведения эксперимента  $2^2$ . Ниже, в таблице 49 приведены результаты проведения эксперимента. В соответствии с планом было проведено 4 серии опытов, в каждом сочетании уровней факторов проводилось по 3 параллельных опыта. Измерялись значения отклика функции  $V_{охл}$  – скорость охлаждения пластины (в таблице 49 приведены средние значения по 3 параллельным опытам значений скорости охлаждения  $V_{охл}$ ).

Таблица 49 – Условия и результаты опыта

№	V <sub>св</sub>	T <sub>0</sub>	V <sub>охл.</sub>
1	0,3	290	13
2	1	290	70
3	0,3	530	3
4	1	530	40

### Задание 6

Построить математическую линейную модель влияния скорости сварки V<sub>св</sub>, мм/с, температуры предварительного подогрева T<sub>0</sub>, К, на твердость металла сварного шва HRC. Выполнялась наплавка порошковой проволокой диаметром 3 мм. По технологическим соображениям выбрана следующая область исследований:

$$V_{св} = 0,3 \dots 1 \text{ мм/с}; \quad T_0 = 290 \dots 530 \text{ К.}$$

Для исследований применяем факторный план проведения эксперимента 2<sup>2</sup>.

Ниже, в таблице 50 приведены результаты проведения эксперимента. В соответствии с планом было проведено 4 серии опытов, в каждом сочетании уровней факторов проводилось по 3 параллельных опыта. Измерялись значения отклика функции HRC – твердость металла сварного шва (в таблице 50 приведены средние значения по 3 параллельным опытам значений HRC).

Таблица 50 – Условия и результаты опыта

№	V <sub>св</sub>	T <sub>0</sub>	HRC
1	0,3	290	40
2	1	290	55
3	0,3	530	30
4	1	530	52

### **Задание 7**

Построить математическую линейную модель влияния тока сварки  $I_{св}$ , А, скорости сварки  $V_{св}$ , мм/с, на глубину проплавления шва  $b$ , мм, при сварке под флюсом. По технологическим соображениям выбрана следующая область исследований:

$$I_{св} = 150 \dots 250 \text{ А}; \quad V_{св} = 0,34 \dots 0,54 \text{ мм/с.}$$

Для исследований применяем факторный план проведения эксперимента  $2^2$ .

Ниже, в таблице 51 приведены результаты проведения эксперимента. В соответствии с планом было проведено 4 серии опытов, в каждом сочетании уровней факторов проводилось по 3 параллельных опыта. Изменялись значения отклика функции  $b$  – глубина проплавления сварного шва (в таблице 51 приведены средние значения по 3 параллельным опытам значений глубины проплавления  $b$ ).

*Таблица 51 – Условия и результаты опыта*

№	$I_{св}$	$V_{св}$	$b$ , мм
1	150	0,34	2,1
2	250	0,34	1,8
3	150	0,54	3,6
4	250	0,54	3,3

### **Задание 8**

Построить математическую линейную модель влияния скорости сварки  $V_{св}$ , мм/с, тока сварки  $I_{св}$ , А, на ширину наплавленного валика  $b$ , мм, при сварке в среде защитных газов. По технологическим соображениям выбрана следующая область исследований:

$$V_{св} = 0,34 \dots 0,54 \text{ мм/с}; \quad I_{св} = 150 \dots 250 \text{ А.}$$

Для исследований применяем факторный план проведения эксперимента  $2^2$ .

Ниже, в таблице 52 приведены результаты проведения эксперимента. В соответствии с планом было проведено 4 серии опытов, в каждом сочетании уровней факторов проводилось по 3 параллельных опыта. Измерялись значения отклика функции  $b$  – ширина наплавленного валика (в таблице 52 приведены средние значения по 3 параллельным опытам значений  $b$ ).

*Таблица 52 – Условия и результаты опыта*

№	$V_{св}$	$I_{св}$	$b$ , мм
1	0,34	150	11
2	0,54	150	9,9
3	0,34	250	15,2
4	0,54	250	14,2

### **Задание 9**

Построить математическую линейную модель влияния скорости сварки  $V_{св}$ , мм/с, напряжения на дуге  $U_d$ , В, на ширину наплавленного валика  $b$ , мм при сварке в среде защитных газов. По технологическим соображениям выбрана следующая область исследований:

$$U_d = 32-36 \text{ В}; \quad V_{св} = 0,34-0,54 \text{ мм/с}$$

Для исследований применяем факторный план проведения эксперимента  $2^2$ .

Ниже в таблице 53 приведены результаты проведения эксперимента. В соответствии с планом было проведено 4 серии опытов, в каждом сочетании уровней факторов проводилось по 3 параллельных опыта. Измерялись значения отклика функции  $b$  – ширина наплавленного валика (в таблице 53 приведены средние значения по 3 параллельным опытам значений  $b$ ).

Таблица 53 – Условия и результаты опыта

№	Uд	Vсв	b, мм
1	32	0,34	13,1
2	36	0,34	15,3
3	32	0,54	14,1
4	36	0,54	9,5

### Задание 10

Построить математическую линейную модель влияния плотности тока  $j$ , А/мм<sup>2</sup>, времени протекания тока  $t$ , с, на температуру нагрева оболочки порошкового электрода  $T$ , °С. Выполнялась ручная дуговая сварка. По технологическим соображениям выбрана следующая область исследований:

$$j = 20 \dots 40 \text{ А/мм}^2; \quad t = 10 \dots 20 \text{ с.}$$

Для исследований применяем факторный план проведения эксперимента  $2^2$ .

Ниже, в таблице 54 приведены результаты проведения эксперимента. В соответствии с планом было проведено 4 серии опытов, в каждом сочетании уровней факторов проводилось по 3 параллельных опыта. Измерялись значения отклика функции  $T$ , °С – температура нагрева оболочки порошкового электрода (в таблице 54 приведены средние значения по 3 параллельным опытам значений температуры нагрева).

Таблица 54 – Условия и результаты опыта

№	J	t	T, С
1	20	10	210
2	40	10	370
3	20	20	620
4	40	20	950

## СПИСОК РЕКОМЕНДОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

- 1 Шенк Х. Теория инженерного эксперимента. - М.: Мир, 1972. - 374с.
- 2 Агемян Т.А. Основы теории ошибок для астрономов и физиков. - М.: Наука, 1972. - 172.
- 3 Горский В.Г. Планирование промышленных экспериментов (модели динамики)/ В.Г.Горский, Ю.П.Адлер, А.М.Талалай. – М.: Metallургия, 1978. – 112с.
- 4 Кокрен У. Методы выборочного исследования. – М.: Статистика, 1976. - 440с.
- 5 Боровиков В. Statistica: искусство анализа данных на компьютере. – СПб.: Питер, 2001. - 656с.
- 6 Борович Л.И. Справочное пособие по приближенным методам решения задач высшей математики/ Л.И.Борович, А.И.Герасимович, Н.П.Кеда и др. – Мн.: Выш. шк., 1986. – 189с.

*Навчальне видання*

## ТЕОРІЯ ІНЖЕНЕРНОГО ЕКСПЕРИМЕНТУ

Методичні вказівки і завдання  
до лабораторних робіт  
для студентів спеціальності 0923 “Зварювання”  
(8.092301 “Технологія та обладнання зварювання”)

*(Російською мовою)*

Укладачі: ВАСИЛЬЄВА Людмила Володимирівна,  
МАЛИГІНА Світлана Валеріївна,  
ЧОРНОМАЗ Володимир Миколайович

Редактор О.О.Дудченко

Комп’ютерна верстка О.П.Ордіна

Підп. до друку 06.07 Формат 60x84/16.  
Папір офсетний. Ум. друк. арк. 4,00 Обл.-вид. арк. 2,50  
Тираж 30 прим. Зам. № 143

Видавець і виготівник  
«Донбаська державна машинобудівна академія»  
84313, м. Краматорськ, вул. Шкадінова, 72

Свідоцтво про внесення суб’єкта видавничої справи до Державного реєстру  
серія ДК № 1633 від 24.12.2003